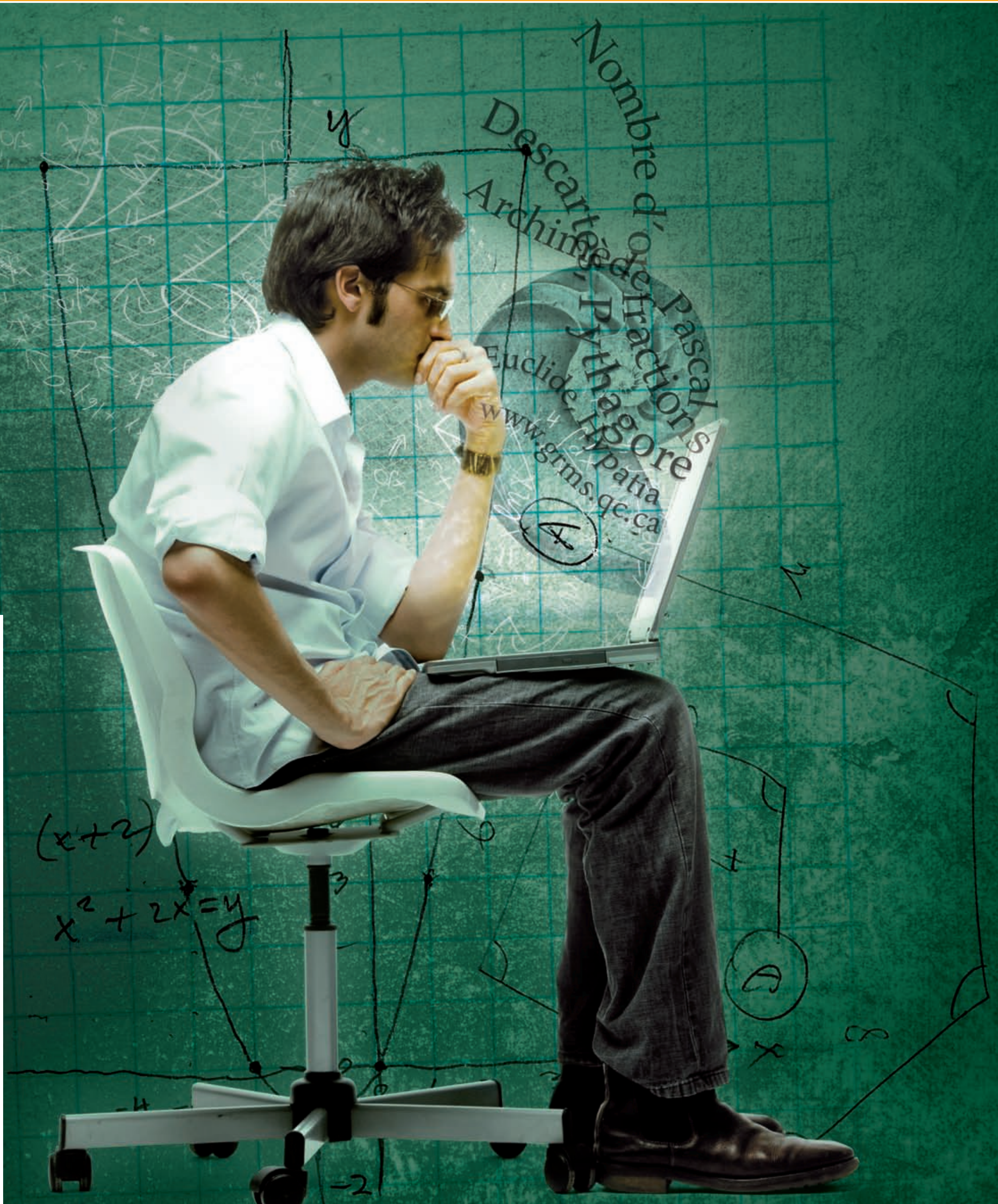
Envol

154 JANVIER, FÉVRIER, MARS 2011

Groupe des responsables en mathématique au secondaire



Groupe des responsables en mathématique au secondaire inc.
7400, boul. Les Galeries d'Anjou, bureau 410
Anjou (Québec) H1M 3M2
No permis : 40043512

Des nouveautés... nous n'avons pas fini de vous en faire voir !

Toujours présent et très actif pour combler vos besoins,
le CEC publiera ce printemps au moins une nouveauté
pour chaque année du secondaire.

De plus, vous pouvez encore et toujours compter sur le service attentif
et empressé de nos déléguées pédagogiques.

Nous sommes là, pour vous, de toutes les façons possibles
pour encore longtemps.

LES ÉDITIONS CEC
Une compagnie de Quebecor Media

www.editionscec.com

Envol

REVUE DU GROUPE DES RESPONSABLES EN MATHÉMATIQUE AU SECONDAIRE

Directrice de la revue : Valérie Lebel

Représentante du c.a. : Marie Auger

Mise en page : Nathalie Comeau
Courriel : n.comeau@hotmail.com

Publicité : Valérie Lebel
Téléphone : 418 914-6207
Télécopieur : 418 656-6207
Courriel : envol@plureality.com

Graphiste de la couverture : Étienne Rioux
Courriel : etiennerioux@videotron.ca

Impression : Carpediem Media

Avertissement au lecteur

La direction de la revue publiera volontiers les articles et les lettres qui présentent un réel intérêt pour l'ensemble des membres du GRMS. Ces écrits engagent la seule responsabilité des auteurs et ne reflètent en rien la position officielle de l'organisme.

DATES DE TOMBÉE pour la revue *Envol*

Il est TRÈS IMPORTANT de respecter les dates de tombée suivantes si vous souhaitez que vos articles soient publiés dans le numéro en préparation. Après ces dates, ceux-ci pourraient être mis en banque pour une parution ultérieure.

Parution :	Dates de tombée :
No 155, avril-mai-juin 2011	15 mars 2011
No 156, juillet-août-septembre 2011	1er juillet 2011
No 157, octobre-novembre-décembre 2011	1er octobre 2011
No 158, janvier-février-mars 2012	15 décembre 2011

Format :

De préférence en Word pour PC ou Macintosh. Veuillez également nous fournir une version enregistrée en format « texte seul » ainsi que les illustrations dans un fichier séparé. Vous pouvez joindre une photo à votre article si vous le désirez.

Remarque importante :

Que vous fassiez parvenir votre fichier par la poste ou par courrier électronique, une copie papier peut être expédiée au même moment à l'adresse suivante :

Revue *Envol*
Att. Mme Valérie Lebel
2558, rue de Port-Royal
Québec (Québec) G1V 1A6
Téléphone : 418 914-6207
Télécopieur : 418 656-6207
Courriel : envol@plureality.com

ISSN : 0833-8566

Dépôt légal : Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada
Envol paraît quatre fois l'an. Port de retour garanti.

Convention de la Poste-Publications : **40043512**

AU MAÎTRE DE POSTE :
Retourner toute correspondance ne pouvant être livrée au Canada au :

GRMS
7400, boul. Les Galeries d'Anjou, bureau 410, Anjou (Québec) H1M 3M2
Courriel: grms @spg.qc.ca

TABLE DES MATIÈRES

CONSEIL D'AMINISTRATION 2010-2011

Sylvie Beaulieu, présidente
Bur. : 514 342-9342 p. 5169
Courriel : sylvie@beaulieu.com

Jacques Jacob, vice-président
Rés. : 418 822-3073
Bur. : 418 525-8169 p. 6022
Courriel : jacquesjacob@hotmail.com

Lucie Morasse, secrétaire
Rés. : 418 832-4534
Bur. : 418 838-8300 p. 52036
Courriel : luciemorasse@hotmail.com

Chanie O'Keefe, trésorière
Courriel : chanie_o@hotmail.com

Marie Auger, administratrice
Rés. : 418 362-2966
Bur. : 819 375-8931 p. 359
Courriel : marieogl@yahoo.ca

Jacques Bouffard, administrateur
Bur. : 418 228-5541 p. 2403
Courriel : jacques.bouffard@csbe.qc.ca

Martin Baril, administrateur
Bur. : 418 686-4040 p. 2276
Courriel : baril.martin@cscapitale.qc.ca

Comment joindre un membre du GRMS

En tout temps, si vous désirez les coordonnées au travail d'un des membres du conseil d'administration du GRMS, d'un des membres, d'un auteur, d'un animateur d'ateliers ou simplement avoir de l'information sur du matériel didactique ou toute information relative à votre association, vous pouvez appeler au secrétariat du GRMS.

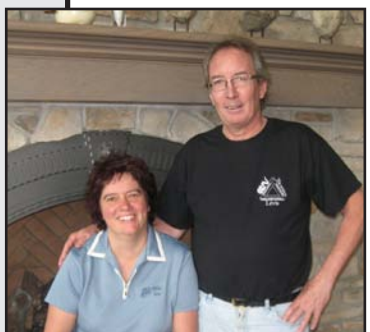
S'il n'y a pas de réponse, vous pouvez laisser un message sur le répondeur ou le faire parvenir par télécopieur. Les commandes de matériel didactique sont acceptées par télécopieur.

Vous pouvez également utiliser le courrier électronique du secrétariat et, en tout temps, visiter notre site Web.

SECRÉTARIAT DU GRMS

Dominique Rivard, secrétaire
7400, boul. Les Galeries d'Anjou, bureau 410
Anjou (Québec) H1M 3M2
Téléphone : 514 355-8001
Télécopieur : 514 355-4159
Courriel : grms@spg.qc.ca
Site : http://www.grms.qc.ca

SECRÉTARIAT DES CONCOURS OPTI-MATH
Pour information : Robert Mercier
Téléphone : 450 471-7079
Télécopieur : 450 471-4960
Courriel : opti-math@videotron.ca



Sylvie Beaulieu, présidente. Enseignante au Collège Jean-de-Brébeuf, Sylvie revient au service du GRMS pour une 5e année non consécutive. Elle s'occupera des dossiers du NCTM, du NSCM et fera le lien avec le comité Opti-Math.

Jacques Jacob, vice-président. Jacques est enseignant à la Commission scolaire de la Capitale. Il en est à sa 15e année au sein du conseil d'administration. Cette année, il assure le lien avec le comité local et est aussi responsable du dossier des prix du GRMS-AMQ.

Lucie Morasse, secrétaire. Lucie a enseigné plusieurs années à l'école secondaire Pointe-Lévy de la Commission scolaire des Navigateurs. En 2010-2011, elle occupe le poste de conseillère pédagogique en mathématique à la même Commission scolaire. Au GRMS, Lucie est responsable du dossier de la session d'études au mois d'octobre.

Chanie O'keefe, trésorière. Chanie est enseignante pour la Commission scolaire de la Capitale, Chanie en est à sa deuxième année au sein du conseil d'administration. Elle est responsable de la trésorerie.

Martin Baril, administrateur. Martin commence sa 19e année dans le domaine de l'éducation. Ayant fait ses débuts au collégial, il occupe actuellement un poste de conseiller pédagogique à la Commission scolaire de la Capitale. Il en est à sa deuxième année au sein du conseil d'administration. Martin s'occupe des dossiers de la télématique et de la communauté de partage.

Jacques Bouffard, administrateur. Conseiller pédagogique à la Commission scolaire Beauce-Etchemin, Jacques en est à sa deuxième année au sein du conseil d'administration. Il a la responsabilité du dossier des productions.

Marie Auger, administratrice. Marie enseigne à l'Académie Les Estacades de la Commission scolaire Chemin du Roy. Elle en est à sa deuxième année au sein du conseil d'administration. Marie est responsable des dossiers de la revue *Envol* et du comité du programme.

Mot de la présidente

Nous sommes en pleins préparatifs de la session de mai 2011. Le thème choisi est : « Arrimons-nous ». Selon Antidote, s'arrimer c'est « se joindre, s'unir, s'associer ». Voilà donc notre objectif qui se situe à plusieurs niveaux.

Dans un premier temps, puisque j'en suis à ma première année en tant que présidente, j'ai tenté de mon côté de m'arrimer le mieux possible à cette formidable équipe du conseil d'administration du GRMS. Le bateau va vite, il faut avoir le pied marin!

Ensemble, nous tentons de nous arrimer le mieux possible avec le MELS, de connaître les gens en place et de vous faire parvenir l'information de ces canaux officiels.

Par ailleurs, nous avons pensé aux gens du premier cycle qui sont délaissés un peu depuis quelques années puisque l'accent était toujours mis sur l'année de la réforme. Nous tenterons d'établir un meilleur lien entre le primaire et le secondaire, problème d'actualité de toute époque!

Ce faisant, nous avons aussi pensé qu'il y avait un lien indéniable à tisser entre les divers ordres d'enseignement, de 1re à 2e secondaire, de 2 à 3e secondaire et ainsi de suite.

Bref, nous croyons que ce thème saura toucher tout le monde quel que soit leur niveau. C'est donc un rendez-vous à ne pas manquer, du 25 au 27 mai 2011 à Trois-Rivières. Venez tous vous arrimer!

Sylvie Beaulieu

Sylvie Beaulieu
Présidente du GRMS

Groupe des responsables en mathématique au secondaire

HISTORIQUE

Au début des années 1970, un groupe de conseillères et conseillers pédagogiques ressent le besoin de se doter d'une structure provinciale pour l'avancement de l'enseignement de la mathématique au secondaire. Plusieurs enseignantes et enseignants se joignent au groupe. En 1974, la première session de perfectionnement se tient au Campus Notre-Dame-de-Foy de Cap-Rouge et, à la fin de l'année 1978, l'association est incorporée.

En 1988, le concours opti-math de la région Laval-Laurentides-Lanaudière devient Opti-Math du GRMS et s'étend provincialement. En 1992, les prix du GRMS sont créés et le 100e numéro de la revue *Envol* voit le jour en 1997.

Le GRMS organise à chaque année une session d'étude (mini-session) et une session de perfectionnement et depuis 1998, il favorise et supporte la tenue de journées de formation continue.

ANNUELLEMENT, LE GRMS

- Émet plus de 650 cartes de membres (membres individuels ou corporatifs);
- Accueille, aux deux sessions, un total d'environ 600 participantes et participants;
- Présente environ une centaine d'ateliers de perfectionnement;
- Collabore à la promotion des concours OPTI-MATH et OPTI-MATH-PLUS en établissant une entente de service avec le concours Opti-Math inc.;
- Brise l'isolement des membres et crée des liens, entre autres, par la revue *ENVOL* expédiée aux membres quatre fois l'an, par son site Internet et son babillard Édu-Groupe.
- Encourage l'innovation, la participation et l'excellence en honorant à chaque année des membres qui se sont distingués.

COMITÉS DU GRMS

- Conseil d'administration;
- Comité de la revue *ENVOL*;
- Comités d'organisation des sessions : programme, local, technique;
- Comité télématique;
- Comité de la formation continue;
- Comité de la réforme.

OBJECTIFS

- Informer, sensibiliser, consulter et représenter les membres sur divers sujets reliés à la mathématique au secondaire.
- Faire des recommandations à tout corps constitué, privé ou public, notamment au ministère de l'Éducation, pour tout ce qui a trait à la mathématique au secondaire.
- Organiser des rencontres professionnelles afin d'informer, de consulter et de perfectionner ses membres.
- Inventorier les ressources et organismes reliés à la mathématique au secondaire.
- Produire et diffuser des documents relatifs à l'élaboration des programmes et à l'enseignement de la mathématique au secondaire.
- Imprimer, éditer des revues, journaux, périodiques pour fins de renseignement et de culture.
- Regrouper les conseillères et les conseillers pédagogiques, les enseignantes et enseignants, les étudiantes et étudiants et toute personne intéressée à la mathématique au secondaire, afin de promouvoir les buts que poursuit l'association.

PRIORITÉS DE L'ANNÉE

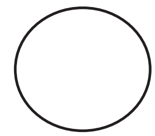
- Développer les services en ligne;
- Informer davantage les membres sur le développement du dossier mathématique.

Mot de la directrice de la revue

Bonne année 2011 à vous tous!

Je suis très heureuse de voir à nouveau des jeunes du secondaire participer à notre revue grâce à l'initiative de Michel Coupal qui a sollicité quelques étudiantes pour collaborer à sa chronique sur les incohérences mathématiques. J'espère que vous aimerez et commenterez, soit à moi ou directement aux auteures.

Nous avons reçu une activité sur le cercle qui est, ma foi, très intéressante. Merci à François Lagacé pour avoir partagé avec nous le fruit de son travail!



Nous avons aussi M. Tanguay qui nous revient avec *le Principe de Cavalieri* pour démontrer la formule du volume de la sphère et aussi, aller un peu plus loin sur l'aire de la sphère.

Les mots utilisés en mathématiques peuvent porter à confusion plus souvent qu'on ne le croit. Jérôme Proulx et Claudia Corriveau nous présentent quelques exemples qui vous feront, je l'espère, réfléchir sur le sujet!

Pour vos classes, nous avons toujours les mots croisés et remercions Nadine Martin pour sa participation régulière. De plus, les « petits problèmes au quotidien » vous reviennent grâce à la collaboration de Chanie O'Keefe.

Merci aussi à Matthieu Dufour qui nous présente, sur son ton humoristique connu, un problème qui nous permet de nous creuser les méninges un peu!

Pour vous amuser, il y a toujours la courte chronique de Michel Warisse « Des vertes et des pas mûres »… et en bonus dans cette parution, quelques blagues tirées du livre « *Pourquoi j'ai toujours été nul(le) en math* »…

Au plaisir de vous rencontrer au congrès à Trois-Rivières!

Valérie Lebel

Valérie Lebel
Directrice de la revue *ENVOL*

Le concours Opti-Math a pour objectif de permettre aux élèves de niveau secondaire d'exprimer leur pensée mathématique à travers des problèmes différents de ceux qu'on voit dans les cours de mathématiques.

Pour ce faire, le comité Opti-Math s'est donné pour mandat de planifier et de superviser l'organisation des activités qui entourent le concours (passation de l'épreuve, correction régionale, correction nationale).

À cet effet, il trouve des commanditaires afin d'assurer le bon fonctionnement du concours et aussi pour remettre des prix et des bourses aux participants.

Le comité OPTI-MATH se compose des membres suivants :

Éric LAPOINTE, président
Bureau : 418 669-6063 p.6346 • Courriel : eric.lapointe@cslsj.qc.ca

Marleyne CAOUETTE, trésorière
Bureau : 418 652-2167 p.2107 • Courriel : marleyne.caouette@csdecou.qc.ca

Marc PLOURDE, secrétaire et dossier informatique
Bureau : 418 669-6063 p.6344 • Courriel : marc_plourde@hotmail.com

Nathalie DEMERS, coordonnatrice des épreuves
Bureau : 418 652-2167 p.2107 • Courriel : nathalie.demers@csdecou.qc.ca

Martin DUCHESNE, directeur
Bureau : 450 655-7311 • Courriel : martin.duchesne@csp.qc.ca

Patrick DESMEULES, concepteur d'épreuves
Bureau : 418 349-2816 • Courriel : patrickdesmeules@hotmail.com

Responsables des épreuves OPTI-MATH 2011

David BRASSARD, responsable de l'épreuve OPTI-MATH
Courriel : d22bras@hotmail.com

Patrick DESMEULES, responsable de l'épreuve OPTI-MATH-PLUS
Courriel : patrickdesmeules@hotmail.com

Secrétariat des concours OPTI-MATH du GRMS inc.

Pour information : Robert Mercier
1000, rue Saint-Antoine, Terrebonne (Québec) J6W 1P3
Téléphone : 450 471-7079 • Télécopieur : 450 471-4960
Courriel : opti-math@videotron.ca

Petits problèmes au quotidien

Chanie O'Keefe, enseignante
Commission scolaire de la Capitale
chanie_o@hotmail.com

Traduction et adaptation de problèmes tirés de
la revue du NCTM : *Mathematics Teacher*
Septembre 2010, pages 120-125

1. Un banquet a une capacité de 400 personnes incluant les clients et les serveurs. Si un serveur peut servir 12 personnes, combien de clients, au maximum, peut-on recevoir lors du banquet?

2. Si le dernier jour d'école arrive 283 jours après la fête du travail, quelle journée de la semaine sera le dernier jour d'école?

3. Déterminez le domaine et l'image de la fonction suivante :
$f(x) = \sqrt{6-x} - \sqrt{x-6}$.

4. Sans utiliser la calculatrice, écrivez les nombres suivants en ordre croissant :
$4\sqrt{3},\ \dfrac{2\sqrt{102}}{3},\ 3\sqrt{5},\ \sqrt{98}-\sqrt{8}$

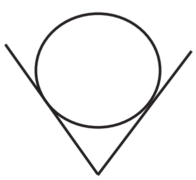
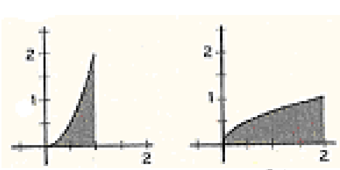


Figure 5

5. Dans le dessin ci-contre, la figure 5 illustre un cercle de rayon 1 cm dans une forme en « V ». Si la plus courte distance entre le cercle et le sommet du « V » est 1 cm, quel est l'angle d'ouverture, en degré, du « V »?

6. Trouvez la constante ***c*** tel que le graphique de la fonction $f(x) = c$ intercepte le graphique de la fonction $g(x) = \left|x^2 - 5\right|$ en exactement 3 points.



(a) (b)

Figure 7

7. Le graphique (a) de la figure 7 représente la fonction $y = f(x)$ pour $0 < x < 1$ et le graphique (b) de la figure 7 représente la fonction $y = f(x)^{-1}$ pour $0 < x < 2$. Trouvez l'aire totale représentée par les deux fonctions mises ensemble.

8. Huck peut fabriquer un radeau en 5h. Jim, lui, y arrive en 6h. Ils décident de travailler ensemble, mais puisqu'ils arrêtent discuter de temps en temps et qu'ils se nuisent quelques fois, leur productivité personnelle diminue d'un même pourcentage. S'ils complètent la fabrication d'un radeau en 3h 30 minutes, de quel pourcentage leur taux de productivité a-t-il diminué?

Solutions aux pages 36 et 37

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE
AVIS DE CONVOCATION

Avis aux membres du GRMS

Vous êtes convoqués à l'assemblée générale du Groupe des Responsables en Mathématique au Secondaire inc. (GRMS inc.) qui aura lieu le mercredi 25 mai 2011 à 12h00 dans l'auditorium du Collège Laflèche, situé au 1687 boulevard du Carmel, Trois-Rivières, Québec, G8Z 3R8.

Ordre du jour

1.0 Ouverture de l'assemblée;
2.0 Nomination d'une présidente ou d'un président d'élections;
3.0 Lecture et adoption de l'ordre du jour;
4.0 Lecture et adoption du procès-verbal de l'assemblée générale tenue à Alma, le 27 mai 2010;
5.0 Suites à donner au procès-verbal;
6.0 Rapport du conseil d'administration;
7.0 Rapport de la trésorière;
8.0 Rapport des vérificateurs;
9.0 Nomination des vérificateurs pour l'année 2011-2012;
10.0 Prix du GRMS;
11.0 Élections;
12.0 Présentation spéciale;
13.0 Demande de modification des taux de remboursement;
14.0 Résolutions venant de la salle;
15.0 Autres points;
16.0 Dates et lieu des prochaines sessions de perfectionnement;
17.0 Levée de l'assemblée.

Sylvie Beaulieu

Sylvie Beaulieu
Présidente du GRMS

Les incohérences mathématiques

Michel Coupal, Enseignant à l'école Sophie-Barat
coupalm@csdm.qc.ca

Cathy, Mathide et Valentine, élèves de troisième secondaire, école Sophie-Barat, secteur DÉFI
cathyjette@hotmail.com

Bonne année 2011!

Tel que promis lors du dernier article, je vous réserve une surprise (comme un genre de cadeau de Noël en retard si vous voulez). Pour vous présenter l'incohérence de ce numéro de l'envol, je cède ma place à trois élèves auxquelles j'ai eu le plaisir d'enseigner l'année dernière : Cathy, Mathilde et Valentine. Belle surprise, n'est-ce pas?

Avant de leur laisser la parole, laissez-moi vous donner les solutions des incohérences du numéro précédent. Comme d'habitude, pour vous rafraîchir la mémoire, vous pouvez aller consulter en ligne les numéros précédents de la revue Envol.

1- Les fruiteries et leurs « ardoises » sont souvent des mines d'incohérences mathématiques et celle-ci ne fait pas exception. Comptons-les : 1- On y utilise le point au lieu de la virgule. 2- On ne précède pas le point (qui devrait être une virgule) d'un zéro lorsque la partie entière est nulle. 3- On utilise le symbole ¢ au lieu du symbole $ (aouch!). 4- On n'utilise pas de barre de fraction (ou de taux) pour exprimer un prix « par » livre. 5- Le symbole $ est écrit à gauche des nombres, alors qu'il devrait être à droite. Ouf! En ai-je oublié? Ah! Une faute de français à « zucchinis »…

2- J'ai toujours trouvé que les incohérences étaient moins acceptables lorsqu'elles proviennent du gouvernement. Sur cet écriteau, on en retrouve quatre! L'utilisation de lettres majuscules pour les abréviations de « kilo », de « mètre » et de « heure ». Ça fait trois. La quatrième est plus subtile : on nous informe que la vitesse permise est de 50 km/h. Techniquement, ça veut dire qu'il est interdit de rouler à une autre vitesse que 50 km/h (même pas à une vitesse inférieure, en fait!). Remarquez qu'en anglais, la notion d'intervalle est présente, on parle de « limite de vitesse ». Notez qu'aujourd'hui, ces erreurs ne figurent plus sur cet écriteau. On y lit maintenant, et je cite : VITESSE MAXIMALE 50 km/h SPEED LIMIT.

Bon, à votre tour les filles!

Bonjour,

Nous sommes trois élèves de troisième secondaire de l'école Sophie-Barat, secteur DÉFI. Dans le cadre d'un cours de mathématique enrichi de deuxième secondaire, nous devions travailler sur les incohérences mathématiques. Pour ce projet, nous devions trouver une incohérence et tenter de la résoudre.

Nous avons trouvé une incohérence qui, d'après nous, était très pertinente pour le projet que nous devions réaliser. Il s'agit d'une incohérence sur un reçu que nous avons obtenu après avoir déposé des rouleaux de monnaie dans une institution financière.

Voici le reçu en question.


2010/03/03 11:18:55

Bienvenue

Transit: tél. :

Caissier:

------- DEBUT DES TRANSACTIONS ---------

Folio : 000000 Compte : EOP

ARGENT REÇU DU MEMBRE

1 x 0.25 $ =		10.00
1 x 0.10 $ =		5.00
2 x 0.05 $ =		4.00
12 x 0.01 $ =		6.00
Total argent reçu		25.00

ARGENT REMIS AU MEMBRE

2 x 10 $ =		20.00
1 x 5 $ =		5.00
Total argent remis		25.00

DEPOT NET 0.00

Toute somme non autrement identifiée est en dollars canadiens.

---------- FIN DES TRANSACTIONS ---------

Merci et au revoir.

Pour voir si le problème était répandu dans toutes les autres institutions, nous sommes allées en visiter une autre. Voici le reçu qui nous a été remis en échange de rouleaux de monnaie.

```
[redacted]
2009/12/11                    10:54:25

Bienvenue
[redacted]
Transit:[redacted]    tél. :[redacted]

Caissier: [redacted]

-------- DEBUT DES TRANSACTIONS --------

rolio   : [redacted]   Compte  : EOP

ARGENT RECU DU MEMBRE
                 4 x 0.25 $ =      40.00
                 3 x 0.10 $ =      15.00
                 3 x 0.05 $ =       6.00
                 3 x 0.01 $ =       1.50
Total argent reçu                  62.50

DEPOT NET                          62.50

Toute somme non autrement identifiée est
en dollars canadiens.

--------- FIN DES TRANSACTIONS ---------

Merci et au revoir.
```

Tel que mentionné plus haut, nous devions corriger l'incohérence. Pour ce faire, nous avons décidé d'écrire une lettre aux dirigeants de l'endroit où nous avons découvert la faute mathématique.

Quelque temps après, les responsables de ce genre de dépositions ont admis qu'il y avait une incohérence, mais qu'il leur était impossible de la corriger puisqu'il s'agissait de l'ensemble du système informatique de leur regroupement. Nous avons donc décidé de persévérer et d'écrire une lettre semblable à 10 autres institutions du même groupe pour voir si le résultat serait le même. Parmi toutes les lettres que nous avons envoyées, nous n'avons reçu que trois réponses. Les résultats étaient peu concluants. La première réponse disait que cette incohérence était impossible à corriger puisqu'il s'agissait d'un certain logiciel sans nous expliquer ce que c'était ni en nous donnant plus de détails. Dans la deuxième lettre reçue, l'institution nous suggérait de nous adresser directement aux dirigeants de leur regroupement, ce que nous avons tenté mais en vain. La troisième lettre nous a redonné un peu d'espoir. Il s'agissait d'un certain monsieur qui nous disait qu'il allait sur le champ transmettre le contenu de notre lettre à la direction des services d'exploitation informatique. Contentes du résultat, nous lui avons renvoyé une lettre pour nous informer du suivi de la demande. Cependant, à la suite de la transmission de notre demande à la direction des services d'exploitation informatique, ils nous ont répondu qu'il était impossible de corriger l'incohérence puisqu'il manquait d'espace sur les factures!!! Nous avons essayé de les convaincre de changer l'incohérence tout en conservant le même espace disponible en leur proposant des alternatives, mais ils ne nous ont jamais répondu.

En conclusion, nous trouvons très décevant que l'incohérence ne se soit pas fait corriger avec tous les efforts que nous avons déployés. Nous déplorons aussi que, dans plusieurs cas, les responsables ne se donnaient même pas la peine de nous répondre ou de nous aider en nous référant aux personnes concernées, même si en bout de ligne, ça pourrait leur être bénéfique.

Ah! L'avez-vous trouvée, cette « fameuse » incohérence?

Répondez-nous!

Vers l'infini et « PI » loin encore[1]…

François Lagacé, étudiant en troisième année au BES en mathématiques à L'UQAM[2].
lagace.francois.3@courrier.uqam.ca

« Scénario? Leçon? Idée accrocheuse? Et puis quoi encore… ils compliquent trop les choses. Il me semble que la manière dont on m'a enseigné était suffisante : *c'est comme ça, apprends*… Pas besoin de passer par quatre chemins pour expliquer quelque chose. Si tu le dis aux élèves clairement la première fois, ils comprendront… »

C'est un bref résumé de ce que je pensais en entrant à l'université. Et puis il y a eu le cours Didactique 1 (Mat 2024) donné à la deuxième session de la première année du baccalauréat en enseignement des mathématiques au secondaire. Tranquillement, l'idée germe… Ma vision de l'enseignement change… Et enfin, dans le cadre dudit cours, je dois préparer – comme le reste de ma cohorte – un scénario de leçon et en présenter un extrait à une douzaine de mes collègues et à une enseignante de mathématiques invitée.

Heureusement, on est bien encadré. La banque d'informations de l'UQAM est riche d'idées et d'analyses conceptuelles. Je visionne donc pour mon scénario une vidéo de Bernadette Janvier qui montre une manière de mesurer la circonférence d'un cercle. L'idée est bonne, il ne me reste qu'à trouver un contexte intéressant.

Le jour de la présentation, le scénario a été apprécié de mes collègues. Pour être franc, au moment de rédiger l'article (soit environ un an après avoir présenté mon scénario), je crois que ce fut un succès surtout grâce à mon matériel. Mais Marlène Boisvert, l'enseignante invitée qui m'évaluait ce jour-là, a vu le potentiel du scénario.

C'est donc après plusieurs remaniements que je vous présente ce scénario de trois leçons améliorées à la suite des commentaires que j'ai reçus de mes collègues et de Marlène Boisvert. La retranscription des 20 minutes d'enseignement m'a permis de retracer les échanges avec les étudiants et d'en inclure certains dans le scénario.

Je tiens finalement à remercier Mireille Saboya Mandico, professeure à l'UQAM, qui m'a incité à rédiger cet article et m'a grandement aidé dans sa rédaction.

Niveau : 1[er] cycle du secondaire

Préalables :

- Bonne maîtrise des 4 opérations ($+ \div - \times$) et des nombres naturels et fractionnaires.
- Savoir utiliser et reconnaître certaines notions en géométrie comme le rayon, le diamètre, le cercle, la circonférence, la corde et le périmètre.

Intentions générales des trois leçons :

Amener les élèves à découvrir le lien qui existe entre la circonférence d'un cercle et son diamètre et les guider dans la construction de la formule générale. S'attarder sur le nombre π pour en faire ressortir ses particularités. Faire la distinction entre la *circonférence* et le *cercle*.

Période 1 (de 75 minutes)

Matériel nécessaire :

- Article trouvé sur Internet et imprimé sur transparent.
- Différentes roues comme une roue de vélo, une roue de patin à roues alignées, une roue de secours d'une voiture[3].
- Un ruban à mesurer.

Avant le début du cours, la citation[4] suivante est écrite au tableau :

« Donnez-moi un point d'appui fixe et je soulèverai le monde »

Archimède

[1] Inspiré du film *Histoire de Jouets* et suggérant le résultat de Pi comme un rapport au développement décimal infini.
[2] Baccalauréat en enseignement au secondaire à l'Université du Québec à Montréal.
[3] L'enseignant peut changer les roues de vélo, de patin à roues alignées et de secours pour des cercles de dimension variées.
[4] La citation est en lien avec le sujet de la leçon, π étant aussi appelé constante d'Archimède.

Phase 1

Dans le but de capter l'attention des élèves, je débute par un exposé historique portant sur la découverte de π mais sans en dévoiler la nature et le sens.[5] Voici les principaux éléments présentés aux élèves[6] :

« Aujourd'hui, nous allons découvrir une relation présente dans le cercle qui a été découverte sur une tablette babylonienne vieille d'environ 4000 ans.

Cette relation est aussi présente sur le Papyrus de Rhind, un document égyptien découvert en 1855 et qui est vieux de 1800 ans avant notre ère.

On la retrouve également dans la Bible. Vous pourrez vérifier par vous-mêmes ce soir. Voici le passage : Livre des Rois, 1, 7, 3 et 2, chronique 4,2.

Archimède[7], un Grec, au 3^{e} siècle avant notre ère réussit par encadrement à obtenir une valeur approximative du nombre impliqué dans la relation qui nous intéresse.

Le peuple Maya aurait probablement trouvé cette relation, mais un évêque espagnol, Diego de Landa, brûla tous les documents mayas sous prétexte qu'ils appartenaient au Diable!

Un document indien, le Siddhantha, datant de 380 de notre ère, utilise cette relation.

Les Chinois font beaucoup d'avancement et en 263, ils proposent une valeur très précise du nombre impliqué dans la relation.

En 1450, au Turkestan, Al-Kashi, un astronome, propose la valeur la plus précise de l'histoire avec 14 décimales.

Plusieurs mathématiciens se sont intéressés à trouver ce nombre : Ptolémée, Fibonacci, René Descartes, Léonard Euler…

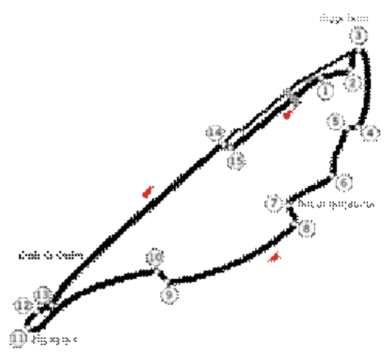
La recherche de cette relation a révolutionné le monde des mathématiques, mais aussi de l'informatique. Des gens ont passé leur vie à chercher les différentes décimales qui composent ce nombre. D'ailleurs, en septembre 1999, le compte était de 206 158 430 000 décimales…

Maintenant, à notre tour de partir à la recherche de cette mystérieuse relation et du nombre qu'elle cache! »

Phase 2

L'intention dans cette phase est d'amener les élèves à se questionner sur la façon dont on peut calculer la mesure de la circonférence d'un cercle. Le moyen utilisé est un article qui a été donné au cours précédent à lire en devoir, le *Circuit Gilles-Villeneuve*[8] :

Circuit Gilles-Villeneuve



Le **circuit Gilles-Villeneuve** est un circuit de sports mécaniques situé au parc Jean-Drapeau sur l'île Notre-Dame, au milieu du Fleuve Saint-Laurent, à Montréal, Canada. Il porte son nom en l'honneur du pilote canadien Gilles Villeneuve, mort lors d'une séance de qualification de Formule 1 à Zolder en 1982.

Le Grand Prix du Canada de F1 s'y est tenu de 1978 à 2008. Après une pause en 2009, celui-ci a de nouveau eu lieu en 2010, le 13 juin, après un accord avec la Formula One Management ayant été signé pour organiser l'événement pendant cinq ans, de 2010 à 2014.

[5] Cet extrait est inspiré du livre « Le fascinant nombre π » écrit par Delahaye, J.-P. Paris, Berlin, 1997.

[6] Une ligne du temps est amenée en classe dans laquelle on inscrit clairement où se situe notre époque et celles évoquées par l'historique. Des images illustrant chacune des périodes va permettre à l'élève de se faire une image mentale caractéristique de l'époque comme une tablette babylonienne, le portrait d'Archimède…

[7] On fait ici un lien avec la citation écrite au tableau.

[8] Wikipédia, L'encyclopédie libre. [En ligne]. http://fr.wikipedia.org/wiki/Circuit_Gilles-Villeneuve (Page consultée le 26 janvier 2009).

Le circuit

C'est un circuit rapide et spectaculaire de 4 361 mètres, mais qui manque de dégagements. Robert Kubica y fut victime d'un terrifiant accident lors du Grand Prix du Canada 2007, sans blessures sérieuses pour le pilote polonais. La succession de lignes droites et de virages lents occasionne de nombreux regroupements et soumet les freins à rude épreuve. La piste est quelquefois salie par le sable des plages alentour. Nombre de pilotes y ont perdu leurs illusions en touchant le mur *Bienvenue au Québec* de la chicane avant les stands.

Le 4 août 2007, le circuit Gilles-Villeneuve est l'hôte d'une course de la série Nationwide de la catégorie américaine Nascar, une première au Canada. Auparavant, de 2002 à 2006, c'est le Grand Prix de Montréal de la Champ Car qui s'y déroulait.

En dehors des courses, le circuit est ouvert à tous les sportifs, qui viennent pour y pratiquer soit le vélo, les patins à roues alignées/roller (notamment pour les 24 heures de Montréal), la course ou la marche.

Utilisateurs sportifs

Lorsque le circuit n'est pas utilisé pour les courses automobiles, les amateurs de cyclisme, patins à roulettes, fauteuil roulant utilisent le circuit pour s'entraîner. En juin 2009, la Société du Parc Jean-Drapeau a installé des chicanes pour bloquer l'utilisation du circuit, ce qui causa un important mouvement de protestation. En réponse aux protestations, la Société du Parc Jean-Drapeau a enlevé les chicanes.

En juin 2010, la Société du Parc Jean-Drapeau a émis un communiqué indiquant qu'elle entendait remettre les chicanes, ignorant l'entente établie avec les représentants des associations sportives l'année précédente.

Je demande aux élèves de résumer dans leurs propres mots le contenu de l'article. Un autre élève peut, au besoin, compléter si le groupe n'est pas satisfait de cette première version. Au tableau, j'écris les nombres clés et les principaux éléments de l'article ressortis par les élèves comme le fait que la piste mesure 4361 mètres et qu'on peut y faire du patin à roues alignées, du vélo ou, bien évidemment, de la course automobile.

Effet de surprise! Je sors alors une roue de vélo, une roue de patin à roues alignées et une roue de secours. Je vais également avoir besoin du ruban à mesurer.

Questionnement amené aux élèves

> « Je veux parcourir la piste en patins à roues alignées, en vélo et en voiture de course, mais comme je suis un enseignant, je n'ai pas les moyens de me payer un pneu de formule 1, alors j'y vais avec les moyens du bord! … une roue de secours!
>
> Avec laquelle de ces roues vais-je faire le plus grand nombre de tours pour parcourir toute la piste?[9] Est-il possible de savoir combien de tours chacune des roues va faire en un tour de piste? »

On veut que les élèves soulignent que pour trouver le nombre de tours que chacune des roues va faire en un tour

[9] Les élèves de façon intuitive perçoivent que plus la roue est grande, moins elle doit faire de tours pour parcourir une distance donnée.

de piste, il faut que l'on sache quelle distance va parcourir la roue quand elle fait un seul tour, il suffit alors de diviser la distance totale de la piste (4361 mètres) par la distance parcourue par un tour de roue. Mais voilà, comment fait-on pour trouver la distance que parcourt une de ces roues quand elle fait un tour?

L'idée de la mesure de la circonférence de la roue est ici mise de l'avant. Pour cela, on prend un point repère sur une roue et on fait un tour de roue au tableau pour y représenter la distance parcourue[10] comme on le voit sur l'image ci-dessous :

On représente ainsi au tableau, à l'aide de différents élèves, les distances parcourues par les diverses roues. Un élève mesure par la suite chacune de ces distances à l'aide du ruban à mesurer qu'un autre élève prend le soin de noter au tableau.

Questionnement amené aux élèves

> « Maintenant que nous connaissons la distance parcourue par chacune des roues, comment nous est-il possible de savoir combien de tours fera chacune des roues lors d'un tour de piste? »

On s'attend à ce que les élèves reconnaissent une division : la division de la longueur de la piste par la distance parcourue par une roue en un tour. *La division de type groupement se voit bien dans ce contexte, mais les élèves ont généralement plus de difficulté avec ce type de division qu'avec la division de sens partage.*

Les élèves font les calculs et vérifient que plus la roue est grande, moins elle doit faire de tours pour parcourir une distance donnée.

Voici un exemple de ce qui est représenté au tableau à ce stade de la leçon.

Distance totale de la piste : 4361 mètres.

Distance parcourue par un tour de la roue de vélo : 201 cm

Distance parcourue par un tour de la roue de secours : 156 cm

Distance parcourue par un tour de la roue de patin à roues alignées : 22 cm

Nombre de tours de la roue de vélo :

$$\frac{\text{distance totale de la piste}}{\text{distance parcourue par un tour de la roue du vélo}} = \frac{43\,610}{201} \approx 216{,}965.$$

Nombre de tours de la roue de secours :

$$\frac{\text{distance totale de la piste}}{\text{distance parcourue par un tour de la roue de secours}} = \frac{43\,610}{156} \approx 279{,}551.$$

Nombre de tours de la roue de patin à roues alignées :

$$\frac{\text{distance totale de la piste}}{\text{distance parcourue par un tour de la roue de patin}} = \frac{43\,610}{22} \approx 2378{,}727.$$

Phase 3

L'intention dans cette dernière phase est d'attirer l'attention des élèves sur la rigueur des termes mathématiques que l'on utilise, il s'agira ici de les amener à faire la distinction entre la notion de « circonférence » et celle de « cercle ».

[10] Après écriture du scénario, nous avons trouvé cette même façon de procéder, mais dans un autre contexte dans Guay, S., Hamel, J.-C. et Lemay S. ClicMaths : *mathématiques au primaire* 3e cycle, manuel de l'élève A volume 1 (p. 49). Laval, Québec, Édition HRW, 2003.

[11] L'enseignant pointe ici à la fois la roue et la distance représentée sur le tableau.

Questionnement amené aux élèves

> « Quel lien existe-t-il entre les distances représentées et les roues? Y a-t-il une distinction entre cette distance et la roue en tant que telle?[11] »

Je veux ici amener les élèves à voir que la distance représente le périmètre de la roue, c'est la circonférence du cercle. La distance est une mesure alors que la roue est un objet. On peut faire ici le parallèle avec ma taille et ma ceinture. *Ma ceinture mesure mon tour de taille, mais n'est pas ma taille*… Ici on insiste sur le fait que la circonférence n'est pas le cercle, mais la mesure du cercle, son périmètre.

> Je finis la période en faisant remarquer aux élèves que cette façon de faire est longue… et que les mathématiciens ont trouvé un moyen beaucoup plus efficace et rapide de calculer la circonférence d'un cercle. C'est ce que vous allez découvrir au prochain cours.

Période 2 (de 75 minutes)

Matériel nécessaire :

- Plusieurs objets de forme circulaire de toutes les tailles comme par exemple, des couvercles de boîte de conserve non tranchants!!!, des disques compacts (CD), des pièces de monnaie, des jetons de poker, des jetons de bingo, des poêlons, des douilles, des scie-cloche (hole saw), des roulements de roue d'automobile, des capteurs de système antiblocage des freins (ABS), des poulies d'entrainement de voiture, des altères de forme circulaire, un volant de voiture rond, bien sûr… Il faudra 3 objets par équipe de 2 ou 3 élèves.
- Un ruban à mesurer par équipe.

Phase 1

L'intention dans cette phase est de créer chez l'élève le besoin de recourir à un moyen plus efficace pour trouver la circonférence d'un cercle. Je vais placer les élèves en équipes de 2 ou 3 pour réaliser l'activité proposée. Les élèves seront amenés à déduire les formules qui lient la circonférence au rayon et la circonférence au diamètre.

Présentation du déroulement de l'activité

> « Est-ce q*ue quelqu'un peut me rappeler ce que nous avons fait?*[12] *La dernière fois nous avons trouvé une façon de calculer la circonférence d'un cercle. Qu'avons-nous constaté?*
>
> *En effet, cette façon de faire est très longue (faire rouler l'objet jusqu'à ce qu'il fasse un tour et mesurer par la suite la distance parcourue). Il existe une autre méthode découverte il y a de cela 4000 ans avec laquelle on peut savoir quelle est la circonférence du cercle ou de ma roue, rapidement avec un simple calcul. Les mathématiciens mesuraient en fait tout simplement le diamètre et ils en déduisaient la circonférence à l'aide d'une relation bien mystérieuse que je vous demande maintenant de découvrir…* »

Quatre élèves désignés viennent distribuer 3 objets à chacune des équipes. L'idée est de donner aux élèves des objets ronds intéressants à mesurer, plutôt que des disques de carton ou de bois. Ils verront que les mathématiques sont présentes dans diverses facettes de la vie et non seulement sur papier ou dans l'abstrait. Il pourrait être intéressant de les faire mesurer avec des pieds à coulisse plutôt qu'avec des règles.

But de l'activité : Les élèves doivent mesurer la circonférence de 3 objets ainsi que leur diamètre et les répertorier dans un tableau[13].

À l'aide de ce tableau de valeurs, nous leur demanderons de trouver des relations entre ces différentes grandeurs (on peut s'attendre à la relation circonférence-diamètre; circonférence-rayon; diamètre-rayon).

Objets	Circonférence (cm)	Diamètre (cm)	Rayon (cm)

Je circule entre les rangées pour observer ce que les différentes équipes font, plusieurs d'entre elles auront les mêmes objets. Pour le retour, je prévois cibler les

[12] Je fais ici participer les élèves, différents élèves peuvent intervenir.
[13] Avant de distribuer les objets aux équipes, je les montrerai en grand groupe.

équipes qui avaient les mêmes objets et noter au tableau les différentes mesures qu'elles ont trouvées. On peut s'attendre à ce que les nombres trouvés soient différents. Une discussion sera alors lancée sur le manque de précision quand on procède de cette façon. Je repèrerai également les équipes qui auront trouvé des formules.

Phase 2

Cette phase est centrée sur le retour en grand groupe de l'activité. Il s'agit ici de regrouper ce que les élèves ont produit et ce que j'ai pu observer en circulant. C'est une phase de découverte et de validation des formules obtenues.

Je mettrai ainsi de l'avant :

- les erreurs que l'on peut faire en mesurant les objets avec un ruban à mesurer. Pour cela, quelques-unes des équipes ayant eu les mêmes objets à mesurer présenteront leurs résultats. Une discussion en grand groupe suivra.
- Je demanderai à chacune des équipes de me donner les mesures prises sur un seul objet (de leur choix) que je noterai au tableau, nous aurons ainsi un tableau de valeurs produit par la classe sur lequel nous appuierons les formules amenées.
- Dans le but de créer une validation dans le groupe, je demanderai aux équipes ayant obtenu des formules erronées (que j'aurai relevées en circulant dans les rangées) d'expliciter comment ils sont arrivés à ces formules. Je ne prendrai pas position dans la discussion, mais relancerai la validation aux élèves : « Est-ce que tout le monde est d'accord? Oui, non, pourquoi? »

Je m'attends de cette façon à créer un espace de discussion dans la classe durant laquelle les élèves valideront par eux-mêmes.

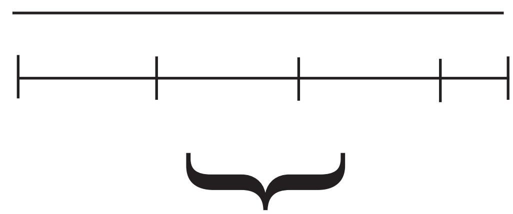
À ce stade, j'insisterai beaucoup sur la verbalisation des formules ressorties. Les mathématiques deviennent ainsi un langage vivant et les symboles de simples abréviations remplies de sens que l'on se doit d'interpréter. Le nombre π sera alors introduit comme le rapport entre la circonférence et le diamètre d'un cercle.

Une verbalisation privilégiée sera la suivante :

$\frac{C}{D} = \pi$ on remarque que lorsqu'on divise la circonférence par la mesure du diamètre, on obtient une constante qui tourne autour de 3,14 ou 3,15. La mesure du diamètre rentre ainsi π fois dans la circonférence.

Si |———| représente la mesure du diamètre et

si ———————————— représente la circonférence
ALORS on a :



π fois

On peut aussi dire que la circonférence est π fois plus grande ou à peu près 3 fois plus grande que la mesure du diamètre.

Période 3 (de 75 minutes)

Pour bien situer les élèves, il est préférable de faire un retour avec eux sur les deux dernières périodes. Nous ne présenterons ici que les grandes lignes de cette leçon.

Matériel nécessaire :

- Exercices dans les manuels scolaires ou créés par l'enseignant.
- Intrigues et amusements autour de π.

Phase 1

L'intention de cette phase est de vérifier la compréhension des élèves de la matière nouvellement acquise. Les intrigues et curiosités sur π peuvent détendre la classe après une période d'exercices.

On peut penser à des exercices dans lesquels l'élève va chercher la valeur d'une grandeur (comme par exemple le diamètre ou le rayon), l'autre grandeur étant donnée (la circonférence).

Un autre type d'exercice exigerait du calcul mental de la part des élèves pour valider ou invalider par l'approximation la possibilité d'avoir un cercle aux mesures données.

Exemple :

Puis-je avoir un cercle de 3 cm de diamètre et de 9,4 cm de circonférence?

Avoir un cercle de 2 cm de rayon et de 16 cm de circonférence, est-ce possible?

De plus, je pourrais présenter des moyens mnémotechniques inventés par des personnes qui tentaient de retenir le plus de décimales de π.

Finalement, il existe des programmes permettant de trouver sa date d'anniversaire dans π.

En additionnant les 20 premières décimales, on obtient 100.

Et il en existe d'autres…

Conclusion

Ce scénario de trois leçons s'inscrit dans les préoccupations du nouveau programme de formation et rejoint l'idée que « *l'enseignement des mathématiques au secondaire est plus efficace lorsqu'il prend appui sur des objets concrets ou des éléments de situations tirées de la vie réelle* » (MELS, 2003, p. 232).

L'élève est plongé ici dans le contexte pédagogique décrit par le ministère « *l'élève est actif lorsqu'il s'engage dans des activités de réflexion, de manipulation, d'exploration, de construction ou de simulation et qu'il participe à des discussions au cours desquelles il peut justifier des choix, comparer des résultats et tirer des conclusions.* » (p. 237)

En procédant comme présenté dans cet article, nous visons à ce que l'élève donne du sens aux relations circonférence-diamètre, circonférence-rayon et qu'il puisse par la suite arriver sans trop de difficultés à les retrouver.

Hébergement

38e session de perfectionnement GRMS

« Arrimons-nous »

du 25 au 27 mai 2011 à Trois-Rivières

Nous avons un certain nombre de chambres dans les établissements suivants qui sont réservées pour la session. Lorsque vous appelez à l'un de ces endroits, n'oubliez pas de mentionner que c'est pour la session du GRMS.

Hôtels-Motels

Hôtels Motels	Adresse	Téléphone	Nombre de places	Prix (bloc de chambres réservées jusqu'au 1er mai au nom du GRMS)
Hôtel L'Urbania	3600, boulevard Gene-H.-Kruger, Trois-Rivières, Québec, G9A 4M3 www.lurbania.com	1-800-463-4620 (819) 379-3232	102	79$/89$
Hôtel Super 8	3185, boulevard Saint-Jean, Trois-Rivières, Québec, G9B 2M4 www.super8troisrivieres.com	1-800-800-8000 (819) 377-5881	25	99$/109$
Days-inn	3155, boulevard Saint-Jean, Trois-Rivières, Québec, G9B 2M4 www.daysinntroisrivieres.com	1-800-263-1414 (819) 377-4444	20	84$
Les suites de Laviolette	7201, rue Notre-Dame Ouest, Trois-Rivières, Québec, G9B 1W2 www.suiteslaviolette.com	1-800-567-4747 (819) 377-4747	35	105$/120$
Comfort Inn	6255, rue Corbeil, Trois-Rivières, Québec, G8Z 4P9 www.quebecvacances.com/ comfort-inn-trois-rivieres	1-877-574-6835 (819) 371-3566	20	92$

L'aire et le volume de la sphère

Denis Tanguay, UQAM, Département de mathématiques, section didactique
tanguay.denis@uqam.ca

Dans le n°149 d'*Envol* (octobre-novembre-décembre 2009), j'ai fait le compte rendu de l'enchaînement des raisonnements que propose Claude Janvier (1994) pour justifier les principales formules de volume, celles que verront en principe les élèves du secondaire dans nos écoles québécoises. Le lecteur qui a pris connaissance de cet article ou qui connaît les travaux de Janvier a pu évaluer à quel point la séquence proposée repose fortement sur le *Principe de Cavalieri*, dont je reprends ici l'énoncé :

> *si les figures planes, déterminées par les intersections de deux solides avec chaque plan parallèle à un plan fixe donné, ont la même aire, alors les deux solides ont le même volume.*

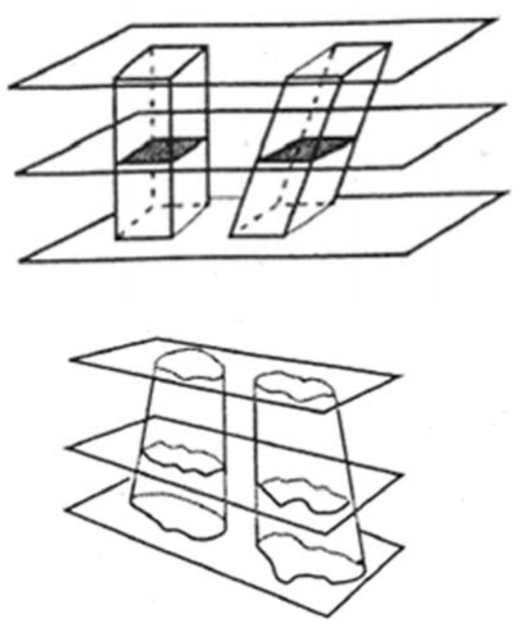


Figure 1, extraite de Janvier, 1994, p. 29

Dans l'article, j'ai montré que le *Principe de Cavalieri* s'applique à deux pyramides qui ont la même base triangulaire et qui sont de même hauteur. Cela permet de conclure à l'égalité de leur volume, ce qui constitue un élément clé dans la justification de la formule générale pour les pyramides, selon l'enchaînement de Janvier. Rappelons cette formule, qui est aussi celle du volume du cône, soit :

$$\textit{volume de la pyramide} = \textit{volume du cône} = \frac{1}{3} \times \textit{aire de la base} \times \textit{hauteur.}$$

J'ai aussi essayé de convaincre le lecteur-enseignant qu'il ne faut pas se contenter de vérifier empiriquement ou informellement les conditions d'applicabilité du Principe de Cavalieri, mais qu'on doit chercher, à chaque fois que c'est possible, à **démontrer que le principe s'applique** avant de l'appliquer effectivement. Un de mes arguments s'appuyait sur la nécessaire cohérence entre le type de travail demandé à l'élève en géométrie plane et celui demandé en géométrie de l'espace : démontrer que « Cavalieri s'applique » peut en effet être l'occasion de réinvestir certains résultats de la géométrie plane en géométrie de l'espace, pour conduire en géométrie de l'espace des raisonnements déductifs de même nature que ceux qui sont travaillés en géométrie plane; bref, pour **faire le pont entre les deux géométries.** Le présent article constitue une autre illustration de ce type de travail que permet le recours au Principe de Cavalieri. J'invoquerai en effet celui-ci pour justifier la formule du volume de la sphère. À partir de cette formule, nous verrons ensuite comment accéder à une justification de la formule de l'aire de la sphère, qui est la seule formule laissée injustifiée dans la séquence de C. Janvier.

1. Le volume de la sphère avec Cavalieri

Je vais établir, dans un premier temps, que le volume de la sphère de rayon r est $\frac{4}{3}\pi r^3$, à l'aide du Principe de Cavalieri. Comme toute l'argumentation tourne autour de son application, il n'est pas inutile, pour bien comprendre, de le reformuler un peu différemment.

> *Principe de Cavalieri*. Soit S_1 et S_2 deux solides de l'espace, et soit Π un plan qui intercepte les deux solides le long de deux surfaces non vides et de même aire. Si tous les plans parallèles à Π interceptent les deux solides en deux « tranches » (ou surfaces) de même aire, alors les deux solides sont de même volume.

On se propose de comparer les deux solides suivants : d'une part, la demi-sphère[1] de rayon r (on note O le centre et N le Pôle Nord de la sphère correspondante) et d'autre part, un « cylindre évidé ». Il s'agit d'un cylindre de rayon r et de hauteur r, duquel on enlève l'intérieur d'un cône de rayon r et de hauteur r. Soit S et T les centres des disques, respectivement inférieur et supérieur du cylindre. Le cône qu'on enlève du cylindre est le cône renversé, placé de sorte que sa base coïncide avec le cercle de centre T (le « couvercle supérieur » du cylindre) et que son apex soit en S : voir la figure 2. Soit U un point quelconque sur le bord de la base du cercle de centre T. Le cône dont on enlève l'intérieur peut donc être vu comme le solide engendré par révolution de ΔSTU autour de l'axe ST.

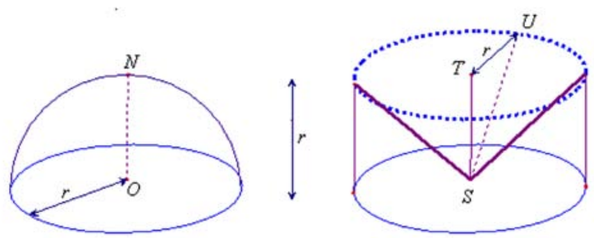


Figure 2 : on compare une demi-sphère avec un cylindre évidé

On veut montrer, à l'aide de Cavalieri, que la demi-sphère et le cylindre-dont-on-a-retranché-le-cône[2] ont le même volume. Montrons pour cela que les tranches obtenues en coupant les deux solides par des plans horizontaux ont la même aire. Le plan qui donne lieu à la tranche non vide la plus « basse », à hauteur zéro, intercepte la demi-sphère le long d'un disque de rayon r, dont le bord est l'équateur de la sphère. Ce plan intercepte le cylindre-dont-on-a-retranché-le-cône le long de la base inférieure du cylindre[3]. Dans les deux cas, l'intersection est d'aire πr^2. La tranche non vide la plus « haute », à hauteur r, est tangente à la demi-sphère au point N et intercepte le cylindre-dont-on-a-retranché-le-cône le long du cercle de centre T. Dans les deux cas, l'aire de l'intersection est nulle.

Considérons maintenant une tranche à hauteur h, h quelconque mais fixée, avec $0 < h < r$. L'intersection du plan à hauteur h avec la demi-sphère est le disque de rayon $\overline{QP}$, Q étant le centre du disque d'intersection et P étant un quelconque point sur son bord. L'aire de ce disque est $\pi\left(\mathrm{m}\,\overline{QP}\right)^2$. Le triangle ΔOQP étant rectangle en Q, on peut écrire, par Pythagore :

$$\left(\mathrm{m}\,\overline{QP}\right)^2 = \left(\mathrm{m}\,\overline{OP}\right)^2 - \left(\mathrm{m}\,\overline{OQ}\right)^2 = r^2 - h^2,$$

si bien que l'aire de la tranche de demi-sphère à hauteur h peut s'écrire $\pi(r^2 - h^2)$.

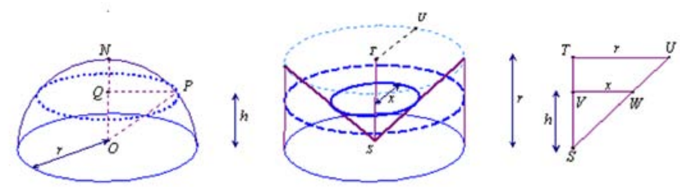


Figure 3 : la demi-sphère et le cylindre évidé, coupés à hauteur h

L'intersection du plan à hauteur h avec le cylindre-dont-on-a-retranché-le-cône est un anneau, dont le centre est noté V. Le cercle au bord extérieur de l'anneau est de rayon r. Notons (provisoirement) x le rayon du cercle intérieur de cet anneau. Nous allons chercher à exprimer x en fonction de h et r. Soit W le point d'intersection de $\overline{SU}$ avec l'anneau, point qui est sur le bord du cône et donc sur le cercle intérieur de l'anneau (voir Figure 3), de sorte que $\mathrm{m}\,\overline{VW} = x$. Comme triangles rectangles ayant l'angle $\angle VSW = \angle TSU$ en commun, les triangles ΔVSW et ΔTSU sont semblables, si bien que leurs côtés vérifient la relation de proportionnalité :

$$\frac{\mathrm{m}\,\overline{VW}}{\mathrm{m}\,\overline{VS}} = \frac{\mathrm{m}\,\overline{TU}}{\mathrm{m}\,\overline{TS}}, \text{ soit } \frac{x}{h} = \frac{r}{r}.$$

On tire de cette relation que $x = h$. Finalement, l'aire de l'anneau à hauteur h est égale à l'aire du disque extérieur moins l'aire du disque intérieur, ce qui donne

$$\pi r^2 - \pi x^2 = \pi r^2 - \pi h^2 = \pi(r^2 - h^2).$$

[1] Le lecteur aura remarqué que dans cet article, je fais de la sphère un solide, c'est-à-dire un objet plein dans l'espace. Il est plus standard, mathématiquement, d'utiliser le mot « boule » pour désigner l'objet plein et de réserver le mot « sphère » pour la surface à la frontière de la boule. J'ai choisi, par abus de langage, de faire de la sphère un solide parce que cela permet d'alléger considérablement la rédaction.

[2] Aucun lien de parenté avec Celui-dont-on-ne-doit-pas-prononcer-le-nom.

[3] Le point S, sommet du cône, fait encore partie du cylindre évidé puisque c'est l'intérieur du cône qu'on enlève.

On en conclut que les intersections du plan à hauteur *h* avec les deux solides sont bien de même aire. Le *Principe de Cavalieri* s'applique, et permet de conclure que le volume de la demi-sphère est le même que le volume du cylindre-dont-on-a-retranché-le-cône, soit

$$\pi r^2 \times r - \frac{1}{3}\pi r^2 \times r = \frac{2}{3}\pi r^3.$$

Le volume de la sphère entière est bien sûr du double, soit $\frac{4}{3}\pi r^3$, tel qu'annoncé.

2. Une formule qui lie volume et aire de la sphère

On se propose maintenant d'établir, par un argument de passage à la limite, que le volume de la sphère de rayon *r* et d'aire $\mathcal{A}$ est donné par la formule $\frac{1}{3}\mathcal{A}\times r$. En comparant ensuite les deux formules de volume obtenues, on en déduit aisément la formule de l'aire de la sphère de rayon *r*, à savoir : $\mathcal{A} = 4\pi r^2$.

Pour établir que le volume est donné par $\frac{1}{3}\mathcal{A}\times r$, je vais reprendre et détailler l'argument décrit dans Janvier (1994), aux pages 42 et 43. Il s'agit de considérer la sphère comme la limite d'une suite de polyèdres dont le nombre de faces tend vers l'infini et dont l'aire de chaque face tend vers zéro. Le premier polyèdre de la suite pourrait, par exemple, être semblable à un « ballon de soccer ». Techniquement, il s'agit d'un icosaèdre tronqué, constitué de 12 faces pentagonales et de 20 faces hexagonales. Le volume d'un *icosaèdre tronqué* inscrit dans une sphère constitue une bonne approximation du volume de cette sphère.

Figure 4, extraite de Janvier, 1994, p. 42 : un icosaèdre tronqué

Imaginons que chaque face de l'icosaèdre tronqué est la base d'une pyramide dont le sommet est au centre de la sphère[4]. L'icosaèdre tronqué se découpera alors en douze pyramides à base pentagonale $P_1, P_2, \ldots, P_{11}, P_{12}$, et vingt pyramides à base hexagonale $H_1, H_2, \ldots, H_{19}, H_{20}$, toutes ces pyramides ayant un sommet commun au centre de la sphère. Notons h_P la hauteur des pyramides à base pentagonale et h_H la hauteur des pyramides à base hexagonale. Attention! Les hauteurs h_P et h_H sont très voisines mais pas tout à fait égales! Le point crucial est en fait le suivant : ces deux hauteurs peuvent être approximées par *r*, le rayon de la sphère, et l'on va de fait remplacer h_P et h_H par *r* dans le calcul approché qui s'en vient.

Le volume du polyèdre étant égal à la somme des volumes de ces pyramides à bases polygonales, on peut faire une approximation du volume de la sphère par le calcul suivant :

$$\begin{aligned}
&\text{Vol (sphère)} \approx \text{Somme des volumes des 32 pyramides}\\
&= \text{Vol }(P_1) + \text{Vol }(P_2) + \ldots + \text{Vol }(P_{12})\\
&\quad + \text{Vol }(H_1) + \text{Vol }(H_2) + \ldots + \text{Vol }(H_{19}) + \text{Vol }(H_{20})\\
&= \left(12\times\frac{1}{3}\times A_P \times h_P\right) + \left(20\times\frac{1}{3}\times A_H \times h_H\right)\\
&\approx \left(\frac{1}{3}\times r \times 12A_P\right) + \left(\frac{1}{3}\times r \times 20A_H\right)\\
&= \frac{1}{3}\times r \times \left(12\,A_P + 20\,A_H\right)\\
&\approx \frac{1}{3}\times r \times \mathcal{A},
\end{aligned}$$

où A_p désigne l'aire de la base pour chacune des pyramides $P_1, \ldots, P_{12}$ et où A_H désigne l'aire de la base pour chacune des pyramides $H_1, \ldots, H_{20}$. La dernière approximation a consisté à considérer la somme des aires des faces de l'icosaèdre tronqué (la somme des aires des bases des 32 pyramides) comme une valeur approchée de $\mathcal{A}$, l'aire de la sphère.

Le lecteur aura sans doute déjà compris que l'étape suivante consiste à « passer à la limite ». On considère pour cela une suite infinie de polyèdres tous inscrits dans la sphère, dont le nombre de faces augmenterait indéfiniment et dont les faces seraient de plus en plus petites[5]. Le premier

[4] Pour la classe, Janvier (1994) suggère de construire effectivement le squelette d'un icosaèdre tronqué avec du matériel comme Polykit ou Polydron (polygones de plastique articulés, version « frame »), de préparer des pyramides de carton du bon format, certaines à base pentagonale et d'autres à base hexagonale, et de montrer aux élèves comment elles s'insèrent dans le polyèdre, avec leur sommet en son centre.

[5] Attention! Il ne faut pas faire l'erreur de penser qu'en faisant tendre le nombre de faces vers l'infini, la différence entre le volume de la sphère et le volume des polyèdres de la suite tendra nécessairement vers zéro. On peut par exemple fixer une des faces de l'icosaèdre tronqué et fractionner par triangulations successives ses autres faces : le nombre de faces tendra bien vers l'infini mais le volume obtenu à la limite ne sera pas celui de la sphère! Pour s'assurer que le volume limite est bien celui de la sphère, il faut augmenter le nombre de faces à l'infini ET faire tendre l'aire de chaque face vers zéro.

polyèdre de la suite est l'icosaèdre tronqué. On peut engendrer les polyèdres subséquents dans la suite en ajoutant un réseau de points uniformément répartis sur la sphère, en sus des sommets de l'icosaèdre tronqué. En joignant ces points judicieusement, on forme un treillis de triangles, comme dans la figure 5. On découpe le polyèdre en pyramides qui ont toutes un sommet commun au centre de la sphère et dont les bases sont les triangles du treillis. Plus les points sont nombreux et proches sur la sphère, plus les triangles sont nombreux et petits, plus la hauteur de chaque pyramide est proche du rayon de la sphère, et meilleures seront :

- l'approximation du volume de la sphère par la somme des volumes des pyramides;

- l'approximation de l'aire de la sphère par la somme des aires des bases des pyramides.

Figure 5 : la biosphère, sur l'ancien site d'Expo 67 à Montréal

Finalement, la conclusion s'obtient en « passant à la limite ». Faisant tendre le nombre de faces vers l'infini et l'aire de chaque face vers zéro, on obtient à la limite que le volume de la sphère de rayon r et son aire $\mathcal{A}$ sont liés par la relation $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{A} \times r$. Comparant cette formule du volume avec $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi r^3$, on en déduit que $\mathcal{A} = 4\pi r^2$, tel qu'annoncé.

3. Deux remarques conclusives

3.1. Les solides de Platon

Le lecteur aura probablement fait l'analogie entre la démarche d'approximation du volume de la sphère par une suite de polyèdres inscrits avec la démarche standard d'approximation de l'aire du disque par la suite $\{P_n\}_{n\geq 3}$ des polygones réguliers à n côtés inscrits dans le cercle au bord du disque. Mais attention, cette analogie cache un écueil : il n'existe pas une telle chose qu'une suite infinie de polyèdres réguliers qui serait l'analogue à trois dimensions de la suite infinie des polygones réguliers. On peut en effet démontrer qu'il n'existe que cinq polyèdres réguliers, qu'on appelle les *cinq solides de Platon*, et qui sont les seuls polyèdres convexes dont toutes les faces sont un même polygone régulier et dont tous les sommets sont de même degré[6] : voir par exemple Grenier et Tanguay (2008) ou Hartshorne (2000, ch. 8). Cela signifie, entre autres, que les polyèdres obtenus par triangulation de la sphère ne seront pas des polyèdres réguliers. En fait, des triangulations convexes de la sphère qui incluent plus de 20 triangles ne peuvent être constituées de triangles tous équilatéraux. Mais cela ne change rien à la conduite générale de l'argument.

3.2. Le Theorema egregium

L'enseignant peut faire remarquer aux élèves que la formule de l'aire de la sphère de rayon r, $\mathcal{A} = 4\pi r^2$, dit en fait que pour couvrir complètement et parfaitement une sphère de rayon r, on a besoin d'exactement quatre grands disques, d'aire πr^2, comme celui dont le bord est l'équateur de la sphère. Dans de nombreux manuels, (c'est d'ailleurs la seule justification qu'on donne pour la formule de l'aire de la sphère), on propose aux élèves de recouvrir un ballon dont on a mesuré le rayon avec 4 disques de même rayon, en papier ou en tissu.

L'enseignant doit, à mon avis, rester conscient qu'une telle activité ne peut constituer qu'une vérification empirique très grossière de la formule. Plus encore que l'indétermination due aux erreurs de mesures impliquées, il y a ici le fait mathématique — bien connu des cartographes — qu'une portion de sphère **ne peut être couverte exactement par un morceau de plan.** C'est en effet une conséquence du *Theorema egregium* (« Théorème remarquable » en latin),

[6] Rappelons que le *degré d'un sommet* est le nombre de faces (ou d'arêtes) adjacentes en ce sommet.

démontré par C. F. Gauss au XIX[e] siècle, qu'on ne peut appliquer isométriquement (en préservant les distances) sur une sphère une portion de plan d'aire non nulle, ***aussi petite soit-elle*** : on doit forcément déformer cette portion de plan en l'étirant ou en la contractant. Pour énoncer plus précisément ce *Theorema egregium* de Gauss, il faudrait définir la *courbure de Gauss* d'une surface, ce que je renonce à faire ici. Le lecteur curieux trouvera cependant l'énoncé et la preuve de ce théorème dans Do Carmo (1976, § 4.3) ou dans la plupart des manuels de référence des premiers cours de géométrie différentielle à l'université. Il pourra plus simplement se donner une idée du sujet en consultant Wikipédia à la rubrique *Theorema egregium.*

Références

Do Carmo, M. P. *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.

Grenier, D. et D. Tanguay. « L'angle dièdre, notion incontournable dans les constructions pratique et théorique des polyèdres réguliers. » *Petit x*, n°78, 2008, p. 26-52.

Hartshorne, R. *Geometry : Euclid and beyond*. Springer, New-York, 2000.

Janvier, C. *Le volume, mais où sont les formules?* Éditions Modulo, Ville Mont-Royal, Québec, 1994.

Tanguay, D. « Le volume de la pyramide. » *Envol*, n°149, octobre-novembre-décembre 2009, p. 9-19.

MOTS CROISÉS
Poursuivons avec la lettre C

Création de Nadine Martin, Édifice Marchand à St-Jérôme
martinn@edu.csrdn.qc.ca

Horizontal

1- Troisième position à gauche de la virgule.

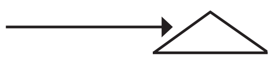
2- Courbe algébrique qui pourrait être le cercle, l'ellipse, la parabole et l'hyperbole.

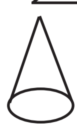
3- Nom donné à : (x , y).

4- Courbe dont tous les points sont situés à égale distance du centre.

5- Des angles adjacents sont dits _________ si leur somme est 90°.

6- Deux cercles de même centre.

7- Nom donné à 

8- Nom donné à ce solide : 

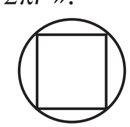
9- De plus petit au plus grand.

10- Synonyme du mot *égaux*.

11- Deuxième position à droite de la virgule.

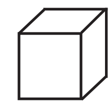
12- Je sers à tracer des cercles.

13- On me calcule à l'aide de la formule « $2\pi r$ ».

14- Ce cercle est ___________ au carré : 

15- Composantes du couple (x , y).

Vertical

1- Nom donné à ce solide : 

2- Constante placée devant une ou des variables.

3- Contraire de concave.

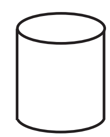
4- Quadrilatère dont les quatre côtés sont égaux et les quatre angles sont droits.

5- Droites qui se coupent en un point.

6- Propriété de l'addition et de la multiplication : $2 + 3 = 3 + 2$ ou $2 \times 3 = 3 \times 2$.

7- Segment joignant deux points sur un cercle.

8- Contraire de convexe.

9- Nom donné à ce solide : 

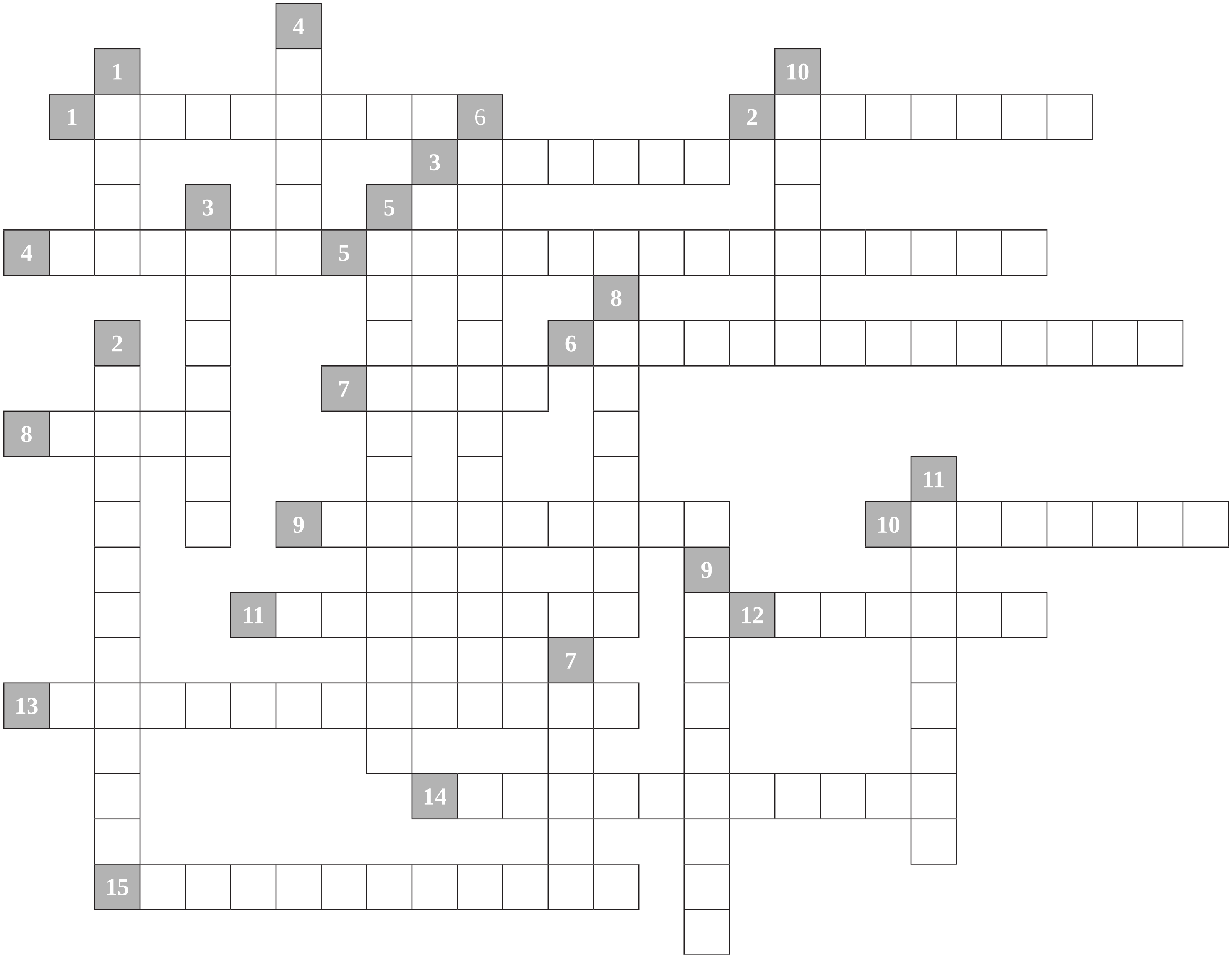
10- Point situé à égale distance de tous les points

11- Mesure de la contenance d'un récipient.

Solutions à la page 38.

MOTS CROISÉS -Poursuivons avec la lettre C

Création de Nadine Martin

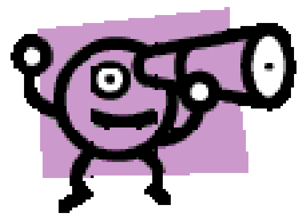


Cette page peut être reproduite pour utilisation dans votre classe!

Des vertes et des pas mûres

Michel Warisse, retraité de l'enseignement
pi2000.mw@videotron.ca

Les perles suivantes pourraient provenir de bien des niveaux d'enseignement, je vous assure qu'elles sont authentiques. Je vous laisse le choix de deviner la source. Ne vous en faites donc pas trop lorsque vous corrigerez vos examens! À suivre. ☺



- La pente d'une équation.
- On cherche l'inconnu.
- Les fonctions se croisent.
- Mettez cette nouvelle équation à zéro.
- Si l'équation du parcours avait était une droite.

Devenez la région hôte pour la session de perfectionnement de mai

Comme vous le savez sûrement, la session printanière se déplace d'année en année pour rejoindre le plus grand nombre de membres. Pour que vous puissiez recevoir la session printanière, des intervenants dans le milieu scolaire de votre région doivent former un comité local composé d'environ 6 membres. Ce comité est accompagné d'un membre du conseil d'administration tout au long du processus de préparation de la session. Cette expérience est enrichissante pour tous les membres du comité local et les frais d'inscription de la session de printemps seront offerts à moitié prix à tous les enseignants de la région hôte. N'hésitez pas à proposer votre candidature au secrétariat de l'association (grms@spg.qc.ca).

Dans la candidature il faut : • Le nom de la ville. • Le nom d'un cégep (de préférence) pour la tenue de la session. • Le cégep doit pouvoir founir un minimum de 4 laboratoires informatiques et 15 locaux de classe. • Il doit y avoir un auditorium pour la conférence d'ouverture et des ateliers spéciaux. • Si des résidences sont disponibles, c'est un atout. • Il doit y avoir 300 chambres disponibles dans la région réparties dans les hôtels, môtels, bed & breakfast ou autres pour accueillir les gens. • Il doit y avoir une salle de réception pour le banquet du jeudi (250 personnes).

Jouer sur les mots en mathématiques. (Partie 1)

Jérôme Proulx et Claudia Corriveau, Dépt. de mathématiques, Université du Québec à Montréal
proulx.jerome@uqam.ca, corriveau.claudia@courrier.uqam.ca

Introduction

En mathématiques, on entend souvent dire qu'il existe plusieurs réponses possibles, plusieurs démarches acceptables ou plusieurs procédures qui peuvent être appliquées pour parvenir à résoudre un problème. Bref, une multitude de voies est envisageable pour mener à bien une démarche en mathématiques. Toutefois, ces diverses voies empruntées conduisent souvent à des compréhensions distinctes, qui enrichissent les façons de voir et de faire les mathématiques. Dans cet article (en deux parties), nous développons l'idée que la façon de parler et d'expliquer oralement les mathématiques regorge (implicitement) d'occasions de faire valoir cette diversité de compréhensions et de sens accordés aux concepts en mathématiques. Pour arriver à explorer cette richesse mathématique, nous faisons l'exercice d'examiner des façons de parler et de discuter des concepts mathématiques par les plus anodines variations dans les mots utilisés, ainsi que par diverses façons de nommer les concepts pointant vers différents sens parfois connexes mais aussi parfois distincts. Cet exercice, que nous faisons avec quelques exemples, nous permet de faire ressortir à quel point il devient intéressant de jouer avec les mots pour exploiter les différentes facettes d'un même concept mathématique. Les concepts pris en exemples dans cette première partie sont ceux de puissance et de fraction, alors que la deuxième partie de l'article traitera de la division.

1er exemple : x^2

Le premier exemple est celui de puissance, particulièrement celui d'exposant deux. Cet exemple offre une belle entrée sur la variété de sens selon les différentes façons de « parler » le concept. En effet, cette diversité de langage ouvre sur de multiples façons de concevoir la notion d'« exposant deux » et implique, par ailleurs, le traitement du concept dans différents cadres : arithmétique, algébrique et géométrique. Regardons quelques exemples.

x^2 c'est : « x au carré »; « x élevé au carré »; « x mis au carré »; « le carré de x »

Ces différentes expressions ont une connotation géométrique, faisant référence directement à la notion de « carré ». Bien évidemment, de nos jours, l'usage du mot « carré » dans ces différentes expressions fait aussi penser à l'expression « x^2 », au point où on en oublie même parfois la référence à l'objet géométrique. Toutefois, en s'attardant directement aux mots, on réalise que ceux-ci pointent vers cet objet : le carré! Cette expression le supporte implicitement, car c'est en effet souvent très implicite, une entrée géométrique qui ouvre vers une façon bien précise de concevoir l'idée d'exposant 2.

Ceci dit, chacune des expressions utilisant le mot « carré » n'a pas exactement la même référence géométrique, et elle est sans doute plus explicite avec certaines qu'avec d'autres. En effet, l'expression « le carré de *x* » semble mieux décrire un carré de côté *x* (Voir **Figure 1**) que celle « *x* mis au carré »; ce qui amène à se questionner sur la réelle présence du carré géométrique dans les trois premières expressions de « *x* au carré », « *x* élevé au carré » et « *x* mis au carré ».

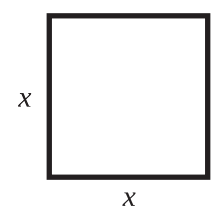


Figure 1. « Le carré de *x* »

Ces diverses expressions se retrouvent peut-être davantage à la jonction du formalisme x^2 et de la référence géométrique du carré. On remarque en fait qu'aucune des expressions n'évoque clairement l'idée d'aire. Or, ce que représente x^2 est aussi l'aire du carré de côté *x*. Par ailleurs, en ce qui a trait à l'expression « élevé au carré », la question se pose : « élevé » fait-il référence au symbolisme utilisé pour l'exposant (un *deux* tout de suite à droite du *x* en indice *surélevé*) ou à une longueur *x élevée* à angle droit pour en faire un carré (voir **Figure 2**)?

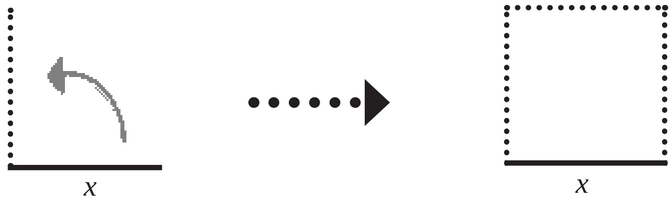


Figure 2. « *x* élevé au carré »

On se rappelle ici que François Viète a développé un symbolisme algébrique faisant appel aux concepts géométriques pour bien comprendre ce qui se passait sur les quantités. On retrouve, en effet, pour des exposants supérieurs à trois, l'idée, par exemple, de « carré-carré » pour l'exposant quatre, de « carré-cube » pour l'exposant 5, de « cube-cube » pour l'exposant 6, etc.[1] Il y a ici l'intention de se référer aux objets géométriques connus pour donner un sens au nouveau symbolisme développé pour décrire l'exponentiation. La notion géométrique est alors ici centrale pour exprimer le concept d'exposant.

Mais ce dernier exemple dévoile aussi les limites de cette approche géométrique des exposants. S'il est aisé d'associer l'exposant 3 à l'expression « au cube », le tout semble assez restreint lorsque vient le temps d'étendre ce sens géométrique aux exposants plus grands que 3. On se voit mal utiliser l'expression « *x* à l'hypercube » pour nommer x^4; et il est encore plus difficile de nommer les exposants suivants. Toutefois, cette entrée géométrique, pour les exposants deux et trois, s'avère féconde pour offrir un sens différent à une approche algébrique plus courante, ainsi que pour y donner un sens plus concret.

x^2 c'est : « x à la puissance 2 »; « x puissance 2 »; « x exposant 2 »; « x à la 2 »

La notion de puissance est, quant à elle, très différente de l'approche géométrique. On renvoie ici davantage à un vocabulaire spécifique (puissance, base, exposant) et on entre dans un tout autre domaine de référence.

Mentionnons d'abord que le terme « puissance » renvoie à deux idées distinctes pour lesquelles il n'y a pas vraiment de consensus. Certains affirment que la puissance est le produit d'une quantité multipliée un nombre entier de fois par lui-même, on dira alors que x^2 est la deuxième puissance de *x* ou, plus simplement, par exemple, que 8 est la troisième puissance de deux. Pour d'autres, la puissance est le nombre entier de fois que le nombre est multiplié, on dira alors *x* puissance 2 pour exprimer x^2. Ainsi, déjà dans la façon de nommer, des différences émergent.

Quant à l'exposant, encore une fois, il ne semble pas non plus y avoir d'acceptation commune. Pour certains, il s'agit du symbole typographique d'un terme placé à la droite d'un autre, en caractère plus petit et surélevé. Selon cette conception, l'exposant est utilisé pour signifier la énième puissance (2^{e} puissance de *x*). Pour d'autres, exposant et puissance en mathématiques sont interprétés comme étant synonymes (*x* exposant 2 ou *x* puissance 2).

Le lien avec cette idée de puissance n'est pas non plus trivial, car implicitement il renvoie, dans le langage courant, à quelque chose de fort et de gros (ce qui peut aussi créer des conceptions erronées, mais ceci est un autre propos). On renvoie à cette idée que quelque chose d'imposant se produit avec le nombre, ici *x*, et que l'impact sera probablement bien différent de ce que peut produire l'addition ou la multiplication. En effet, même lorsqu'on a par exemple des exposants fractionnaires ou négatifs, et donc pas uniquement des entiers positifs, l'effet sur le nombre est assez imposant ou du moins surprenant.

x^2 c'est : « x multiplié par lui-même »

Cette expression peut, de prime abord, paraître anodine. Il semble toutefois intéressant d'y voir que « lui-même » renvoie directement au sens derrière l'exponentiation et distingue d'une simple multiplication par un autre nombre (par exemple, de *x* multiplié par 3). En effet, dans le passage de la multiplication vers l'exponentiation, il y a le principe qu'on multiplie un certain nombre de fois, non pas n'importe quels nombres, mais bien multiplier un certain nombre de fois le *même* nombre. Et, l'expression « par lui-même » renvoie directement à cela, à cette idée de même nombre, alors que les autres expressions de puissance et de carré ne renvoient pas de façon transparente, d'une part, à l'idée de multiplication et, d'autre part, d'une multiplication faite sur un nombre par ce même nombre. Cependant, cette expression, comme c'est le cas pour l'expression « au carré » ou l'idée de puissance, a aussi le désavantage de ne pas pouvoir être étendue facilement aux exposants négatifs, fractionnaires ou à tout autre qui n'est pas naturel.

[1] En fait, Viète utilisait l'expression « solide » plutôt que « cube ». Ceci dit, il est intéressant de remarquer que cette approche sur la façon de *nommer* les exposants est additive (3-3 donne 6) et non multiplicative (3-3 donne 9; ou donne 27 si vue de façon exponentielle).

On retrouve donc deux sens. Le premier est celui de *répétition du même nombre* dans la multiplication, caractéristique évidente mais inhérente à la notion d'exponentiation. Le deuxième est celui de *multiplication*, une notion présente dans l'expression « *x multiplié* par lui-même »; la notion de multiplication ne se retrouvait pas clairement présente dans les expressions précédentes (puissance et élevé au carré)[2]. Ceci nous amène à la prochaine expression : « x multiplié par x ».

x^2 c'est : « x multiplié par x »

Cette expression est certainement très proche de la précédente, sans toutefois contenir la notion explicite de « même nombre » qui est affecté par l'opération. En effet, l'insistance dans cette expression est placée sur l'idée de multiplication (et non sur le fait que c'est le même nombre)[3] – ce qui est très différent, comme mentionné, des deux premières expressions sur la puissance et sur le carré. Le sens opération de cette expression est souvent une entrée privilégiée lors de l'introduction de la notion d'exposant. Ceci met en évidence que les deux premières expressions relatives à « élever au carré » et à la puissance ne renvoient pas nécessairement au sens d'une opération de multiplication de façon explicite – même si nous, familiers avec ce concept, voyons ce sens et ce lien directement. En renvoyant à la notion de dimension ou d'aire avec l'idée d'élever au carré ou à la notion d'un changement d'état du nombre par l'intermédiaire d'une puissance, ces deux expressions ne tablent pas sur la notion de multiplication proprement dite.

En résumé pour x^2

Pour nous, ces exemples simples illustrent ce changement d'orientation concernant les expressions et les explications utilisées. Ces réflexions peuvent paraître futiles, voire simplistes, or nous croyons qu'elles ont un certain intérêt puisque des différences importantes apparaissent et orientent les explications sous-jacentes : allant de carré (l'objet géométrique) à la notion de puissance, à celle de multiplication, etc. Ceci nous apparaît important à réaliser, et même à approfondir dans le jeu de langage qui est mis de l'avant, car il serait facile de croire qu'il s'agit d'objets différents. Or, tous ces sens renvoient au même objet, ce qui est en soi très intéressant et mathématiquement riche, en plus de produire une occasion exceptionnelle d'étudier le concept en profondeur. Aussi, les limites soulevées dans chacun des cas (exposants non-naturels, par exemple, ou plus grands que 3) orientent certainement les choix faits lorsque l'on veut introduire d'autres exposants.

Ceci dit, il semble intéressant de réaliser que nous avons utilisé l'expression « exposant 2 » pour désigner la notion discutée, comme si elle englobait toutes les autres expressions et n'était pas elle-même connotée. Or, l'expression « exposant 2 » fait aussi référence au vocabulaire utilisé, comme dans le cas de puissance et désigne l'endroit où le 2 devra être inscrit. Ainsi, même une expression toute simple comme « exposant 2 » traîne avec elle un certain bagage et une orientation.

Dans ce premier exemple, en jouant sur les mots avec « exposant 2 » et en changeant l'expression à utiliser, nous avons changé le cadre à l'intérieur duquel le sens est donné au concept (algébrique, géométrique, arithmétique). Le deuxième exemple travaillé sera toutefois différent. En effet, dans le cas de 2/3, le jeu sur les mots et les changements dans la façon de nommer 2/3 nous amèneront non pas vers des sens différents, mais bien vers des concepts différents…

2e exemple : 2/3

Reprenons ici un travail analogue en jouant sur les mots avec « 2/3 » et sur les différentes connotations qui y sont rattachées en fonction de la manière de l'exprimer. Tout comme avec la notion de x^2, nous n'arriverons pas à faire ressortir toutes les distinctions envisageables, ce qui n'est de toute façon pas vraiment l'intention. Le but ici est davantage de dégager diverses entrées sur un ensemble d'entrées possibles et de comprendre les sens sous-jacents.

2/3 c'est : « deux parties sur trois » ou « deux sur trois»

On pointe ici vers la notion de fraction partie d'un tout. Partant d'un tout, on le sépare en trois parties équivalentes et on prend « deux de ces parties sur trois ». Une limite de cette expression est certainement lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur. Il semble étrange de s'exprimer ainsi : « 4 parties sur 3 ». Cette façon de parler de la fraction peut éventuellement faire obstacle, car

[2] Ce sont entre autres les notions de *multiplication* et de *répétition* qui rendent problématique l'idée d'exposant fractionnaire, négatif, etc.
[3] Cette même expression pourrait par exemple être utilisée pour $x{\cdot}a = x$ multiplié par a, alors que $x{\cdot}a$ ne peut s'exprimer par « x multiplié par lui-même ».

l'expression contractée « 4 sur 3 » paraît sous-entendre le nombre de parties prises (ici, 4) sur le nombre total de parties du tout (ici, 3). Par contre, dans ce cas, il n'y a que 3 parties à prendre du tout… Cette difficulté est bien illustrée par la **Figure 3**.

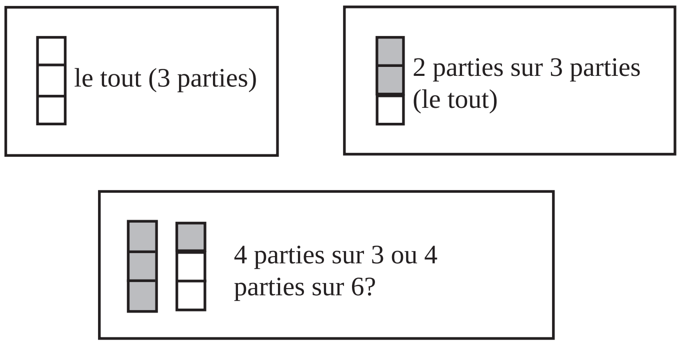


Figure 3. Confusion possible au niveau du tout lorsque le numérateur est plus grand que le dénominateur (dans le sens *fraction partie d'un tout*)

2/3 c'est : « deux tiers »

Le sens mis de l'avant avec cette expression est l'idée que des tiers, il y en a deux. On a donc un tout qui est partitionné équitablement en trois parties et que, de ces trois parties qui représentent chacune un tiers, on en prend deux. On a donc pris deux tiers.

Ceci dit, si on se met à jouer avec cette expression de « deux tiers » en l'associant avec ce qui se passe par exemple avec l'expression algébrique « 2*a* » (donc $2 \times a$), on retrouve dans « deux tiers » la même structure multiplicative implicite que l'on retrouve dans « 2*a* » (parlée en termes de « deux *a* »). Une autre série d'expressions peut alors sembler compléter l'expression « deux tiers » au niveau multiplicatif. Cette série d'expressions permet de jouer avec la façon de parler pour faire ressortir le sens multiplicatif inhérent à « deux tiers ». Ainsi, « deux tiers », c'est aussi « *deux fois un tiers* »; « *deux fois 1/3* »; « *deux fois le tiers* ». On fait ici intervenir l'idée non pas de prendre deux des tiers, mais bien de multiplier un certain nombre de fois une quantité, ici le tiers. On joue avec l'idée de multiplication d'une certaine quantité et ceci pointe vers le fait que le tiers obtenu du tout (selon l'explication précédente) est multiplié par deux. La notion de multiplication est alors centrale dans ces expressions. De la même façon, l'expression « *le double du tiers* » semble intéressante. Celle-ci est reliée implicitement à la « multiplication », mais ouvre aussi vers l'idée de comparaison entre deux quantités : deux tiers, c'est le *double* du tiers. On n'est donc pas uniquement sur une idée de multiplication, mais aussi sur une idée de comparaison (double, triple, moitié de, etc.).

2/3 c'est : « deux parties pour trois parties » ou « deux pour trois »

Cette expression, bien qu'elle soit très proche au niveau linguistique de la première (puisqu'on ne change que le « sur » par un « pour »), n'a pas du tout la même signification. Le sens mis de l'avant est plutôt celui de rapport puisque l'on compare deux quantités entre elles : une quantité de deux avec une quantité de trois. Pour chaque quantité de *deux*, j'ai *trois* d'une autre quantité – on peut faire le lien usuel avec les recettes de cuisine : on peut vouloir deux tasses de sucre pour trois tasses de farine, ce qui se représente à l'aide du rapport « 2/3 », « 2 : 3 » ou « 2 pour 3 ». Cette expression fait donc référence au sens rapport.

2/3 c'est : « deux tiers de … » ou « aux deux tiers de »

Deux entrées sont envisageables pour cette expression. La première dénote l'idée d'opération, c'est-à-dire que le 2/3 d'une quantité peut renvoyer au sens multiplicatif : $2/3 \times 3/4$ signifie le 2/3 *des* 3/4. Une deuxième entrée, celle de fraction partie d'un tout, tel que discuté précédemment, ouvre sur un sens habituellement travaillé dans les premières années d'apprentissage des fractions.

Tel que mentionné, lorsqu'on regarde 2/3 en terme de fraction partie d'un tout, on pointe vers l'idée qu'il y a un tout, divisé équitablement en trois parties, et que de ces trois parties qui représentent ensemble le tout, j'en prends deux. J'ai donc pris deux tiers du tout. Ce qui apparaît significatif dans le cas de cette expression est la mise en évidence de la référence au tout. Il est évident que l'expression « deux tiers » n'existe pas sans référent, qui, lorsqu'il n'est pas précisé, est implicitement l'unité. Ainsi, 2/3 fait ici référence à « deux tiers de quelque chose ». Ce qui apparaît intéressant dans cette idée de fraction partie d'un tout est cette question de référent qui complique considérablement la comparaison de fractions. En effet, 2/3 n'est pas nécessairement plus gros ou plus petit que 1/2; tout dépend du tout auquel chacun réfère. Bien évidemment, 1/2 d'une grosse pizza peut représenter une plus grande quantité de pizza que 2/3 d'une mini-pizza. L'expression « deux tiers de … » pointe ainsi vers l'importance de considérer le « de … », ou, autrement dit, vers l'importance du référent qui est justement mis en évidence.

L'expression « *au deux tiers de…* » semble très proche de « *deux tiers de …* », mais s'en démarque toutefois, car elle fait référence à une distance ou à une longueur. On peut dire par exemple que quelqu'un a parcouru les 2/3 de la distance entre A et B (qui est une distance qui peut être variable). Ceci dit, cette idée est souvent reliée à la droite numérique dans laquelle la distance entre A et B est plus précisément celle entre 0 et 1 : on parcourt 2/3, signifiant implicitement avoir franchi les 2/3 entre 0 et 1. Par contre, rien n'indique dans l'expression « aux 2/3 de … » que le référent est 1 ou que la distance est celle entre 0 et 1, car on pourrait s'intéresser sur la droite numérique à franchir les 2/3 de la distance entre 4 et 7 et ceci mènerait au nombre 6 qui est situé aux 2/3 de cette distance. Il y a donc ici aussi dans cette expression la présence d'un référent qui « quantifie » ce à quoi les 2/3 correspondent. Par contre, l'idée de droite numérique pointe vers une autre façon de parler de la fraction 2/3, celle de 2/3 en tant que nombre. Avant, toutefois, regardons le sens division.

2/3 c'est : « deux divisé par trois »

Ici, c'est un tout nouveau sens qui est mis de l'avant : celui d'opérateur. Plus précisément, la « barre de fraction » doit être interprétée comme une division qui permet de faire « 2 ÷ 3 ». Ce sens n'a plus du tout la même signification que les précédentes; on assiste ici à un important changement conceptuel. En plus de donner à la barre de fraction un tout nouveau sens, on remarque ici que l'idée de référent est mise de côté dans cette nouvelle façon d'envisager la fraction, alors qu'on travaille la fraction en tant qu'opération sur des nombres.

2/3 c'est : « le nombre 2/3 »

L'idée préalable de voir 2/3 comme l'expression « au 2/3 de… », qui signifie situé au 2/3 de la distance entre 0 et 1 sur la droite numérique, amène aussi à penser au nombre 2/3 situé exactement à cet endroit sur la droite. Ainsi, sur la droite numérique, le *nombre* 2/3 a un emplacement au 2/3 de la distance entre 0 et 1 et est rationnel . La fraction est donc ici exprimée en tant que nombre. La notion de référent n'est alors plus vraiment essentielle lorsque la fraction est considérée comme un nombre; le nombre 2/3 est toujours plus grand que le nombre 1/2 sur la droite, tout comme $0,\overline{6}$ (obtenu par exemple en faisant 2 ÷ 3) est toujours plus grand que 0,5 (obtenu en faisant 1 ÷ 2).

Ceci amène à voir que, selon les façons de parler, différents sens de la fraction sont mis à contribution. En effet, on imagine mal, par exemple, parler de 2/3 en tant que 2 ÷ 3 au primaire puisque l'idée centrale à cet ordre est la fraction partie d'un tout : 1/2 ne signifie pas du tout une partie divisée en deux lorsque la fraction est travaillée en tant que fraction partie d'un tout. Il y a en effet un changement conceptuel important ici et la façon de parler de la fraction devient importante, voire primordiale, pour le sens qui est attribué au concept.

D'autres sens pour 2/3

Pour revenir au sens multiplicatif mentionné au tout début, d'autres expressions sont aussi possibles : « *2 multiplié par 1/3* » ou « *1/3 de 2* ». La différence entre ces deux expressions et les précédentes, qui met l'emphase sur l'idée de la multiplication peut paraître subtile et on ne s'y attarde souvent que très peu. Toutefois, dans cette expression, on ne part pas avec 1/3, mais plutôt avec le 2. Ceci pointe vers l'idée que c'est le 2 qui est multiplié par 1/3 ici, et non 1/3 qui est multiplié par 2. Qu'est-ce que ça implique? Ceci peut vouloir dire, par exemple, que l'on prend le 1/3 du 2. Ainsi, si notre tout de départ est 2, on le sépare en trois parties équivalentes et on en prend une de celles-ci. Cette partie représente le tiers de notre référent de 2 unités, mais c'est aussi le 2/3 si l'on considère un référent d'une seule unité. Ce qui nous amène à la notion de fraction partie d'un tout et de référent, avec l'expression « 2/3 de … ».

Bien que l'expression 2/3 paraisse simple, comme pour x^2, nous voyons ici aussi différents sens ressortir des différentes expressions. Dans le cas de 2/3, ce jeu va même plus loin, car les différentes façons de parler de 2/3 amènent non pas à différentes façons de parler du même concept à travers différents cadres, comme c'était le cas pour x^2, mais amène plutôt à des concepts différents (partie d'un tout, rapport, division, nombre). Ceci montre qu'il y a, au delà du jeu sur les mots, des compréhensions bien différentes qui peuvent émerger selon les façons de parler des concepts mathématiques, même lorsque ceux-ci sont exprimés à l'aide du même symbole.

Ceci conclut cette première partie de l'article, qui s'attarde sur x^2 et 2/3 comme exemples pour jouer sur les mots en mathématiques. Dans le numéro 155 de la revue *Envol*, la deuxième partie de l'article présentera un troisième exemple, celui de « ÷ 2 », qui sera travaillé de manière un peu différente en poussant le jeu encore plus loin… À suivre…

LA SEULE COLLECTION COMPLÈTE EN MATHÉMATIQUES POUR TOUTES LES OPTIONS DE LA 1re À LA 5e SECONDAIRE

1er CYCLE

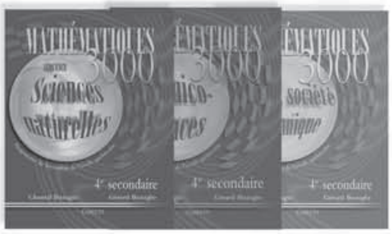
1re secondaire • TOME 1
Cahier d'exercices *(288 p.)* — Corrigé *(288 p.)*

2e secondaire • TOME 2
Cahier d'exercices *(288 p.)* — Corrigé *(288 p.)*

2e CYCLE

3e secondaire
MATH 306
Cahier d'exercices *(320 p.)*
Corrigé *(320 p.)*

4e secondaire
Séquence SCIENCES NATURELLES
Cahier d'exercices *(320 p.)* — Corrigé *(320 p.)*
Séquence TECHNICO-SCIENCES
Cahier d'exercices *(352 p.)* — Corrigé *(352 p.)*
Séquence CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE
Cahier d'exercices *(304 p.)* — Corrigé *(304 p.)*



5e secondaire
Séquence SCIENCES NATURELLES
Cahier d'exercices *(384 p.)* — Corrigé *(384 p.)*
Séquence TECHNICO-SCIENCES
Cahier d'exercices *(464 p.)* — Corrigé *(464 p.)*
Séquence CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE
Cahier d'exercices *(208 p.)* — Corrigé *(208 p.)*

↓ VERSION ANGLAISE ↓

CYCLE ONE

Secondary 1 • BOOK 1
Workbook *(288 p.)* • Solutions *(288 p.)*
Translator *Enikö Kiefer*

Secondary 2 • BOOK 2
Workbook *(288 p.)* • Solutions *(288 p.)*
Translator *Doug Neal*

CYCLE TWO

Secondary 3
MATH 306
Workbook *(320 p.)*
Solutions *(320 p.)*

Secondary 4
SCIENCE Option
Workbook *(320 p.)* — Solutions *(320 p.)*
TECHNICAL AND SCIENTIFIC Option
Workbook *(352 p.)* — Solutions *(352 p.)*
CULTURAL, SOCIAL AND TECHNICAL Option
Workbook *(304 p.)* — Solutions *(304 p.)*

Translator *Doug Neal*

Secondary 5
SCIENCE Option
Workbook *(384 p.)* — Solutions *(384 p.)*
TECHNICAL AND SCIENTIFIC Option
Workbook *(464 p.)* — Solutions *(464 p.)*
CULTURAL, SOCIAL AND TECHNICAL Option
Workbook *(208 p.)* — Solutions *(208 p.)*

Translators *Jean Guérin* and *Doug Neal*

1er CYCLE

1er cycle du secondaire
MÉMO-MATH
AIDE-MÉMOIRE
(222 p.) • Code 6859X

2e cycle du secondaire
MÉMO-MATH
AIDE-MÉMOIRE
(336 p.) • Code 71169

VERSION ANGLAISE
Cycle one Translated by Doug Neal
MEMO-MATH *MEMORY AID*
(224 p.) Code 69920
Cycle two Translated by Doug Neal and Jean Guérin
MEMO-MATH *MEMORY AID*
(336 p.) Code 71176

Mathématiques Mathematics 3000

Chantal **Buzaglo** • **Gérard Buzaglo**

Passerelles

Ces cahiers permettent aux élèves de changer de séquence de la 4e à la 5e secondaire.

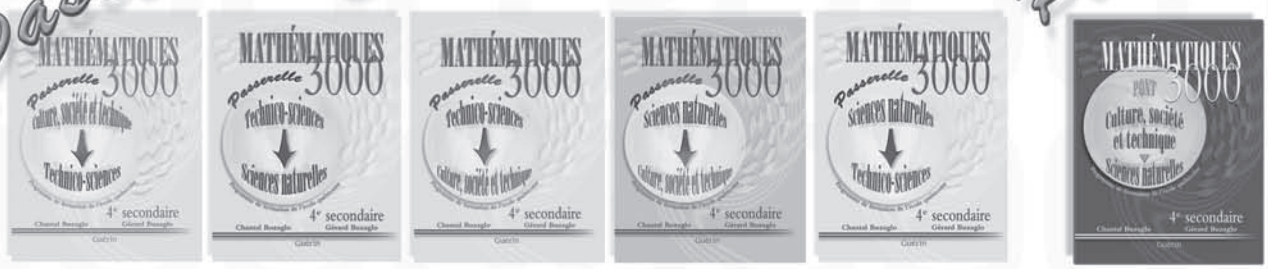
Translator *Doug Neal*

Le contenu de formation couvert par chaque cahier vise à rendre l'élève apte à poursuivre son apprentissage de manière autonome comme souhaité par le **Programme de formation de l'école québécoise**.

Chaque cahier se clôture par la section Révision permettant à l'élève de passer en revue toutes les sections de la *Passerelle*.

La section Corrigé, à la fin de chaque cahier, donne enfin les réponses de toutes les activités et de tous les exercices.

Pont



4e secondaire
CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE vers TECHNICO-SCIENCES
(160 p.)

4e secondaire
TECHNICO-SCIENCES vers SCIENCES NATURELLES
(96 p.)

4e secondaire
TECHNICO-SCIENCES vers CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE
(48 p.)

4e secondaire
SCIENCES NATURELLES vers CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE
(112 p.)

4e secondaire
SCIENCES NATURELLES vers TECHNICO-SCIENCES
(112 p.)

4e secondaire
CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE vers SCIENCES NATURELLES
(176 p.)

↓ VERSION ANGLAISE ↓

Paths

Secondary 4
CULTURAL, SOCIAL AND TECHNICAL OPTION to the TECHNICAL AND SCIENTIFIC OPTION
(160 p.)

Secondary 4
TECHNICAL AND SCIENTIFIC OPTION to the SCIENCE OPTION
(96 p.)

Secondary 4
TECHNICAL AND SCIENTIFIC OPTION to the CULTURAL, SOCIAL AND TECHNICAL OPTION
(48 p.)

Secondary 4
SCIENCE OPTION to the CULTURAL, SOCIAL AND TECHNICAL OPTION
(112 p.)

Secondary 4
SCIENCE OPTION to the TECHNICAL AND SCIENTIFIC OPTION
(112 p.)

Bridge

Secondary 4
CULTURAL, SOCIAL and TECHNICAL Option to the SCIENCE Option
(176 p.)

Guérin Montréal Toronto

4501, rue Drolet, Montréal (Québec) H2T 2G2 • Téléphone: 514-842-3481 • Télécopie: 514-842-4923
Courriel: francel@guerin-editeur.qc.ca • www.guerin-editeur.qc.ca

L'âge du roi

Matthieu Dufour, Département de mathématiques, UQAM
dufour.matthieu@uqam.ca

J'ai une affection particulière pour le problème suivant, créé il y a quelques années suite à une conversation que j'ai eue avec mon ami Claude Tardif, dont vous avez peut-être lu les excellents articles sur les systèmes électoraux parus dans les numéros précédents. Je le publie pour la première fois et je serais reconnaissant envers les enseignants qui voudront bien le soumettre à leurs élèves et ensuite me faire part des résultats. Il faut prévoir facilement une bonne demi-heure et il s'adresse à des élèves de 4e ou 5e secondaire, bien que des élèves du premier cycle pourraient aussi y trouver leur compte mais plusieurs risquent toutefois de le trouver un peu difficile.

Le problème :

En s'éveillant au chant du coq qui accompagne les premières lueurs de la journée, Anik s'étire avec délice, jette un coup d'oeil au calendrier et elle pousse un gloussement de plaisir en réalisant avec émerveillement que le rang qu'occupe le jour courant dans l'année est non seulement le produit de deux nombres premiers, mais si en plus on additionne les chiffres de sa puissance cinquième, on obtient exactement le double du produit du rang du mois courant par le rang du jour dans le mois. Quel âge a le roi?

Il est possible que certains élèves soient rebutés par le problème et tardent à l'attaquer, manifestant leur perplexité par un sonore « De kessé? », sous prétexte de ne pas voir le lien entre la question et les données. La tentation sera alors forte, pour l'enseignant, de circuler de rangée en rangée et de remettre au travail ces élèves récalcitrants d'une vigoureuse claque derrière la tête. Il est cependant fortement préférable de s'en abstenir. En effet, une étude fascinante publiée récemment dans le prestigieux *International Journal of Math Pedagogy* (dont il me fera plaisir de fournir les références à ceux qui m'écriront) montre que les corrections physiques n'aident en général pas à améliorer les résultats en mathématiques. On a séparé des adolescents fréquentant l'école secondaire en quatre groupes, désignés par les lettres A, B, C et D, d'une centaine d'individus chacun. Les élèves du groupe A ont reçu régulièrement des félicitations et des compliments indépendamment de leurs résultats en mathématiques, du genre « Wow, tu m'impressionnes, mon champion! » ou « Je n'ai jamais vu quelqu'un d'aussi brillant que toi, t'es vraiment formidable! ». Les élèves du groupe B recevaient des félicitations quand ils travaillaient beaucoup, et l'enseignant ne manquait pas d'établir un lien entre leurs résultats, satisfaisants ou non, et la quantité de travail qu'ils avaient fournie. Quant aux élèves du groupe C, ils se faisaient régulièrement dire qu'ils étaient nullissimes, que leurs questions étaient stupides et ils recevaient régulièrement des brimades et des humiliations physiques suite à de mauvaises réponses. Le groupe D était simplement un groupe témoin. Les résultats sont fascinants : 23% des élèves du groupe C ont développé une forme ou l'autre d'aversion envers les mathématiques, contre seulement moins de 20% chez les élèves du groupe témoin. Dans le groupe B, on a observé une motivation à travailler de 7% supérieure à celle du groupe témoin. Quant aux élèves du groupe A, ceux qu'on a félicités quoi qu'ils répondaient, leurs résultats ont été de 42% inférieurs à ceux du groupe témoin, mais ils ont, à la fin de l'étude, développé une excellente estime d'eux-mêmes, de sorte que 92% d'entre eux ont affiché au moins deux cents autoportraits (arborant une quantité variable de vêtements) sur leur compte Facebook, et enfin ils sont 96% à aspirer tenir un jour la vedette d'une téléréalité.

Bref, plutôt que des claques derrière la tête, l'enseignant devrait plutôt chercher à leur inculquer les vertus qui ont fait leurs preuves au fil du temps, en les entretenant par exemple du fait que tout travail qui mérite d'être fait mérite d'être bien fait, que l'avenir appartient à ceux qui se lèvent tôt ou encore sur le fait bien connu que « qui est oisif en sa jeunesse peinera en sa vieillesse ».

Si après avoir dispensé ces paroles de sagesse, quelques élèves n'ont toujours pas commencé à travailler, l'enseignant sera alors en droit de pousser de sonores soupirs d'exaspération accompagnés d'exhortations diverses, telles « Mais réfléchissez, nom d'un petit bonhomme! On dirait qu'on ne vous a jamais montré à travailler! » ou encore « Allez hop, un petit effort, plus que dix minutes! ». Cela aidera, je n'en doute pas, à mettre les élèves sur la bonne piste. Je termine ce petit article en présentant la solution, et j'attends impatiemment vos commentaires!

La solution :

À priori, il pourrait sembler qu'il n'y a pas de lien direct entre les données du problème et l'âge du roi, mais rien n'est plus faux. Comme il est souvent de mise dans ce type de situation, commençons par déterminer la ou les dates possibles qui émerveillent tant Anik. Il faut, bien entendu, distinguer si l'année est bissextile ou non, car alors le rang dans l'année d'une date qui se situe après le 29 février change selon le cas. Commençons par établir les dates qui satisfont à la condition sur la somme des chiffres. Dans la cas d'une année normale, une rapide vérification met en évidence le fait qu'une seule date est possible, à savoir le 4 mai, tandis que durant une année bissextile, seul le 6 mars ferait l'affaire. Le tout est illustré dans le tableau suivant :

	Date	
	4 mai (année normale)	6 mars (année bissextile)
Mois	5	3
Jour du mois	4	6
Mois × jour	20	18
Rang dans l'année	124	66
Factorisation du rang	$2^2 \times 31$	$2 \times 3 \times 11$
Puissance cinquième du rang	29 316 250 624	1 252 332 576
Somme des chiffres	40	36

Pour chacune de ces deux dates, la somme des chiffres de la puissance cinquième du rang est bien égale au double du produit du mois par le jour dans le mois, mais chaque fois, la factorisation du rang donne plus de deux facteurs premiers, comme l'indique la sixième ligne du tableau. Un esprit chagrin (ce que ne sont pas nos petits Québécois, si on en croit les résultats aux tests internationaux Pisa, où ils ont si bien réussi!) pourrait conclure que ce problème n'admet pas de solution. Quel dommage ce serait! Réfléchissons donc encore un peu, et voyons ce qu'il adviendrait si on avait un 30 février. Surprise! Deux nouvelles dates, le 4 septembre et le 3 décembre, apparaissent :

	Date (année avec un 30 février)	
	4 septembre	3 décembre
Mois	9	12
Jour du mois	4	3
Mois × jour	36	36
Rang dans l'année	249	339
Factorisation du rang	3×83	3×113
Puissance cinquième du rang	957 186 876 249	4 477 117 485 699
Somme des chiffres	72	72

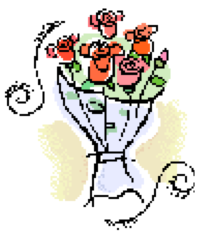
On aurait alors deux solutions! Encore faut-il qu'il y ait déjà eu un 30 février dans l'histoire... Justement, cela s'est produit à trois reprises. D'abord, en 1930 et 1931, en Union Soviétique, dans le cadre du *calendrier révolutionnaire* décrété par Staline, où chaque mois comptait trente jours et où les jours supplémentaires étaient ajoutés à la fin de l'année, avant que l'URSS ne reviennent, dès 1932, au calendrier normal. Mais il n'y avait évidemment pas de roi en URSS, et on doit rejeter cette solution. L'unique autre 30 février a eu lieu en Suède en 1712, dans les circonstances que voici. En 1699, la Suède abandonna le calendrier julien qui avait alors dix jours de retard sur le calendrier grégorien (notre calendrier actuel), pour ce dernier, mais sans ajouter comme elle aurait dû un 29 février à l'an 1700, qui était pourtant bissextile. Quand, en 1711, la Suède a décidé de revenir au calendrier julien (elle devait revenir définitivement au calendrier grégorien en 1753), le 29 février qui n'avait pas été ajouté en 1700 fit qu'elle avait une journée d'avance sur ce calendrier julien. On décida d'ajouter une journée supplémentaire à l'année 1712, qui était déjà bissextile. Il y eut donc en 1712 un 29 et un 30 février. Or, qui régnait sur la Suède en 1712? Karl XII (Charles, pour les intimes), un sacré malcommode et querelleur, né le 17 juin 1682 à Stockholm et mort le 30 novembre 1718 à Fredrikshaldn, qui régna de 1697 jusqu'à sa mort. Le 4 septembre ou le 3 décembre 1712, les deux jours possibles dans le problème, Karl XII avait donc trente ans, puisque son anniversaire était déjà passé. On a donc notre réponse : trente ans.

En prime :

Et en prime, voici une reproduction de la page de février d’un almanach suédois de 1712, où l’on aperçoit en bas à droite le trente février.

Pour vous faire sourire ...

Tiré du livre « Pourquoi j’ai toujours été nul(le) en maths » de Albrecht Beutelspacher, pages 140, 141 et 145, Coll. Regards, Édition Berlin, 2007.



Un mathématicien offre à sa femme un bouquet de roses avec les mots : « Je t’aime! ».

Elle lui jette alors le bouquet au visage, le blesse à des endroits encore plus sensibles et le jette dehors.

Il aurait dû dire : « Je t’aime, *toi et seulement toi*! »

Un juriste, un médecin et un mathématicien se demandent s’il vaut mieux être marié ou avoir une petite amie.

Le juriste dit : « Il est évidemment préférable d’être marié. Tout est en contrôle et même en cas de divorce, on peut éviter le chaos émotionnel, car tout est régulé par les lois applicables en la matière. »

Le médecin est d’un autre avis : « Je trouve qu’il est beaucoup mieux d’avoir une petite amie avec laquelle on n’est pas marié. Il n’y a pas de routine qui s’installe, la vie commune est plus spontanée, passionnante et excitante. »

Le mathématicien est absolument sûr de lui : « Le mieux est d’avoir à la fois une femme et une petite amie. J’explique alors à mon amie que je dois rester chez ma femme et je dis à ma femme que je suis chez mon amie et ainsi, j’ai le temps de faire des mathématiques. »

Un astronome, un physicien et un mathématicien se rendent en Écosse. Ils y voient un mouton noir. « Hautement intéressant », s’écrit l’astronome, « en Écosse, les moutons sont noirs. » « Non, cher collègue », le contredit aussitôt le physicien, « on peut seulement dire qu’en Écosse, il existe au moins un mouton noir. » Le mathématicien demande alors la parole : « Nous ne pouvons pas non plus affirmer cela; nous pouvons seulement dire qu’en Écosse, il existe au moins un mouton qui présente au moins un côté noir. »

Solutions des petits problèmes au quotidien

Chanie O'Keefe, enseignante
Commission scolaire de la Capitale
chanie_o@hotmail.com

Problèmes à la page 7

1. 369 clients

Puisqu'on a 1 serveur pour 12 clients, on trouve le nombre de groupes de 13 personnes en divisant 400 par 13; ce qui donne 30 avec un reste de 10. On a donc 10 × 13 = 90 personnes desquelles 30 × 12 = 360 sont des clients. Les 10 places restantes (400 − 390 = 10) peuvent être comblées avec 1 serveur et 9 clients. Donc, on a 360 + 9 = 369 clients.

2. Jeudi

La fête du travail est toujours un lundi. Tous les 7 jours suivants (7, 14, 21, etc.) seront donc des lundis. En divisant 283 par 7, on obtient un reste de 3. Ainsi, le dernier jour d'école arrivera 3 jours après un lundi, donc jeudi.

3. Domaine : {6}; image : {0}

Les radicandes ne peuvent être négatifs. On a donc : $6 - x \geq 0$ et $x - 6 \geq 0$. Donc, $x \leq 6$ et $x \geq 6$. On conclut donc que $x = 6$, et si $x = 6$, alors $y = 0$.

4. $\mathbf{3\sqrt{5},\ \dfrac{2\sqrt{102}}{3},\ 4\sqrt{3},\ \sqrt{98} - \sqrt{8}}$

On écrit chaque terme sous sa forme radicale non-simplifiée.

$$4\sqrt{3} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{48}$$

$$\frac{2\sqrt{102}}{3} = \frac{\sqrt{4 \cdot 102}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{408}{9}} = \sqrt{45,3}$$

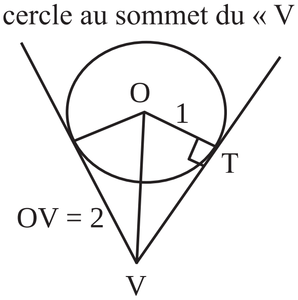
$$3\sqrt{5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$$

$$\sqrt{98} - \sqrt{8} = 7\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} = \sqrt{50}$$

Il est ensuite facile de placer chaque terme en ordre croissant.

5. 60º

Un triangle rectangle est formé du rayon partant du centre du cercle au point de tangence entre le cercle et un côté du « V »; du segment partant du centre du cercle au sommet du « V »; et d'un côté du « V » jusqu'au point de tangence.



Puisque l'hypoténuse du triangle rectangle vaut le double du côté opposé à l'angle OVT, on conclut que l'angle OVT = 30º. L'angle formé par l'ouverture du « V » est donc de 60º.

6. 5

Le graphique de la fonction $y = x^2 - 5$ est représenté par une parabole dont l'ouverture est vers le haut et dont le sommet est à (0 , -5). Le graphique de $|x^2 - 5|$ reflète sur l'axe des x tous les points du graphique de la fonction y qui ont une ordonnée plus petite que zéro. Le sommet (0 , -5) devient donc (0 , 5). La constante $f(x) = 5$ interceptera donc la fonction $g(x)$ à (0 , 5) et à $\pm\sqrt{10,5}$.

7. 2

Les deux graphiques sont équivalents lorsqu'on effectue une réflexion d'axe $y = x$. Ainsi, la somme des aires des deux graphiques correspondra à l'aire d'un rectangle de base 2 et de hauteur 1. Nous obtenons donc A = 2 × 1 = 2.

8. 22%

Huck a besoin de 5h pour construire un radeau, donc il fabrique $\frac{1}{5}$ radeau par heure. Jim, lui, fabrique $\frac{1}{6}$ radeau par heure. Soit p = le pourcentage de diminution du taux de productivité de chacun. En travaillant moins vite, le taux de Huck devient $\frac{1}{5} - \frac{p}{5}$ radeau par heure, et celui de Jim devient $\frac{1}{6} - \frac{p}{6}$ radeau à l'heure. On sait que le taux de productivité × le temps travaillé = 1 radeau fabriqué. Donc, on effectue le calcul suivant :

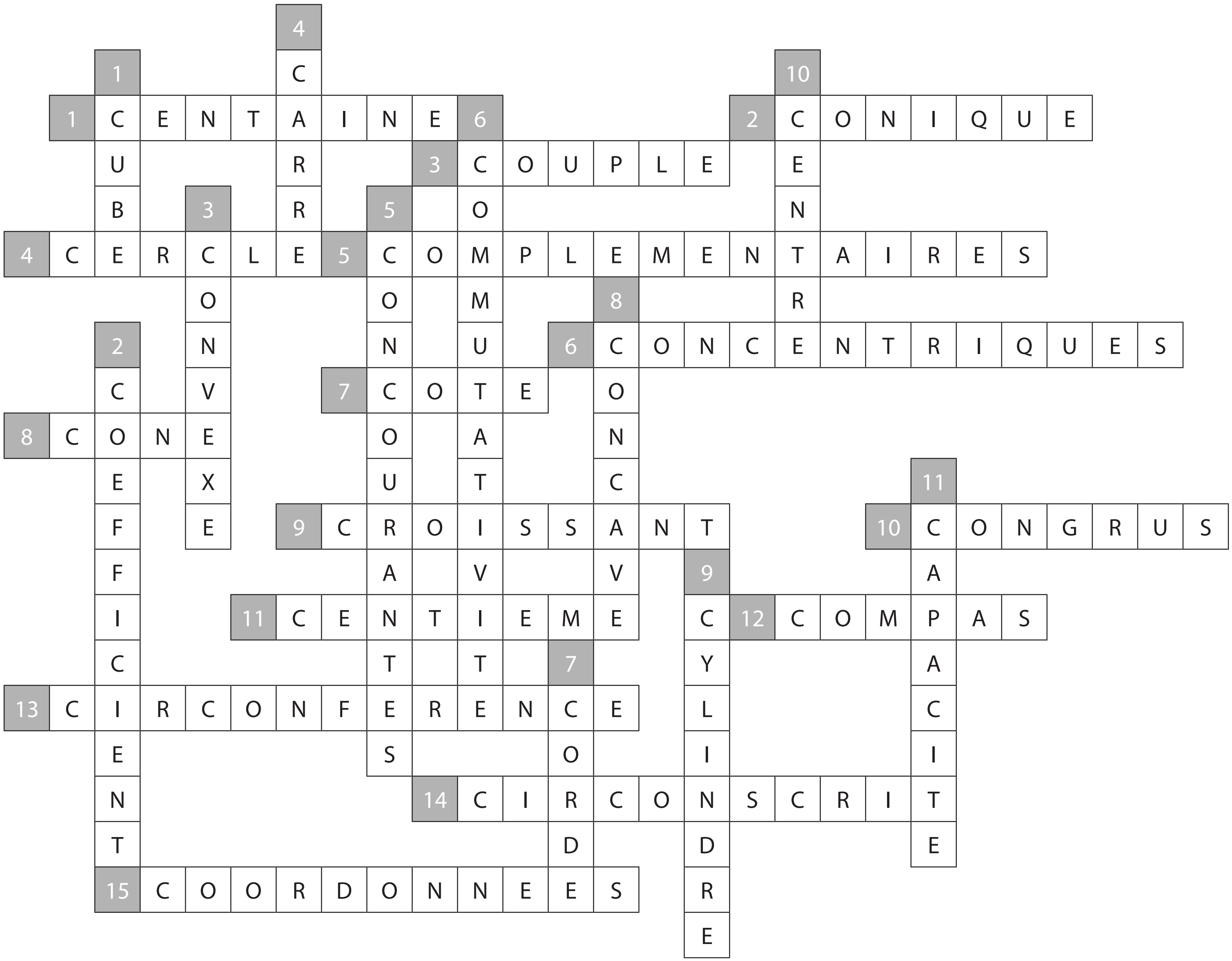
$$\left(\frac{1}{5} - \frac{p}{5}\right)\frac{\text{radeau}}{\text{h}} \times 3,5\text{h} + \left(\frac{1}{6} - \frac{p}{6}\right)\frac{\text{radeau}}{\text{h}} \times 3,5\text{h} = 1$$

En isolant p, on obtient : $(6 - 6p) \times 3,5 + (5 - 5p) \times 3,5 = 30 \rightarrow 11 - 11p = \frac{60}{7} \rightarrow p = \frac{17}{77} \approx 0,2208$ ou environ 22%.

SOLUTIONS DES MOTS CROISÉS
Poursuivons avec la lettre C

Création de Nadine Martin

Mots croisés aux pages 24-25



LES ÉPREUVES FINALES du jeudi 24 mars 2011

Le contenu proprement dit consiste en une seule épreuve d'une durée de trois (3) heures. Elle place l'élève devant des situations de résolution de problèmes non rattachées directement au contenu des programmes scolaires.

Pour chacun des Concours, **OPTI-MATH** et **OPTI-MATH-PLUS**, l'épreuve est la même pour tous les élèves, mais la correction est faite séparément pour chaque niveau et le rang des élèves est donné par niveau. Les élèves de chaque niveau ne sont donc comparés qu'entre eux. Les élèves de l'Éducation aux adultes sont intégrés aux élèves du secteur jeune, le responsable doit indiquer le niveau du participant.

Les outils à apporter lors de la passation de l'épreuve

Durant la passation de l'épreuve, l'élève a la responsabilité de prévoir tout le matériel qui pourrait lui être utile : calculatrice, instruments de géométrie, manuels de référence, notes personnelles.

* * * * * * *

LA CORRECTION DES CONCOURS

Première correction : la correction locale

La première correction est de niveau local et est entièrement organisée et gérée par le responsable de l'inscription de l'école.

Durant la correction locale, aucun résultat ne doit être inscrit sur les feuilles de l'élève. Les points accordés à chaque problème sont inscrits à l'endroit prévu à cet effet sur le cahier des réponses.

Cette correction détermine les finalistes de l'école.

Une école qui s'inscrit à OPTI-MATH peut acheminer un maximum de 9 copies pour la correction nationale. Une inscription à OPTI-MATH-PLUS permet l'acheminement d'un maximum de 6 copies pour la correction nationale (Équivalent à 3 copies par niveau).

Le nombre de finalistes de chaque niveau peut être au prorata de la participation des élèves de chaque niveau d'une école ou tenir compte de la qualité des résultats obtenus à un niveau afin d'assurer un meilleur classement des finalistes au niveau national.

Ainsi parmi les 6 finalistes à OPTI-MATH-PLUS, quatre (4) peuvent provenir de 4^{e} secondaire et deux (2) de 5^{e} secondaire ou tout autre arrangement.

Cette décision appartient au responsable de l'inscription.

Deuxième correction : la correction nationale

Les copies de ces finalistes sont alors recorrigées par un seul groupe de correcteurs lors d'une correction nationale.

Cette deuxième correction est nécessaire pour que les mêmes critères et les mêmes barèmes soient accordés à tous les finalistes.

Quatre sites sont choisis par le Comité central pour effectuer la correction nationale.

Ayant profité de l'expérience de la correction locale, les membres du Comité central fixent des critères rigoureux au moment de la correction nationale. Ceci produira inéluctablement des disparités de résultats entre les deux corrections. *Il serait donc souhaitable de ne pas divulguer les résultats de la première correction.*

Une grande importance est attribuée à la démarche de l'élève. Lorsqu'il y a lieu, dans un problème, la bonne réponse n'est considérée que si la démarche est présente et les points sont attribués en majorité pour celle-ci.

Chaque année, l'originalité de la démarche est appréciée et des prix spéciaux sont accordés aux plus méritants. Afin d'assurer l'équité dans cette deuxième correction, le nom, l'école et la région du concurrent n'apparaissent pas sur les copies. Seul apparaît le numéro d'identité attribué à chaque copie par le secrétariat.

* * * * * * *

Le Cahier des Résultats publié en mai indique le nom et la provenance des 150 premiers finalistes pour chacun des niveaux, selon le rang obtenu.

BON DE COMMANDE

OPTI-MATH du GRMS

RECUEIL DES ÉPREUVES OPTI-MATH (reproductible)			
		2001 à 2005	30 $ x __ = _____
		2006 à 2010	30 $ x __ = _____
RECUEIL DES ÉPREUVES OPTI-MATH - PLUS (reproductible)			
		2001 à 2005	30 $ x __ = _____
		2006 à 2010	30 $ x __ = _____
RECUEIL INFORMATISÉ DES ÉPREUVES OPTI-MATH ET OPTI-MATH-PLUS (en pdf sur CD)			
		10 dernières années (2001 à 2010)	40 $ x __ = _____
CLUB DE MATH (reproductible)			
	Série A	Format OPTI (1re, 2e, 3e sec.)	30 $ x __ = _____
		Format MAXI (4e, 5e sec.)	30 $ x __ = _____
		Format COMBINÉ (1re à 5e sec.)	45 $ x __ = _____
	Série B	Format OPTI (1re, 2e, 3e sec.)	30 $ x __ = _____
		Format MAXI (4e, 5e sec.)	30 $ x __ = _____
		Format COMBINÉ (1re à 5e sec.)	45 $ x __ = _____
	Série C	Format OPTI (1re, 2e, 3e sec.)	30 $ x __ = _____
AFFICHES (reproductibles)		32 affiches (11 x 17)	25 $ x __ = _____
			Sous-total = _____
		Frais d'expédition et de manutention :	+ 7,00 $
Aucune taxe. Organisme à but non lucratif. Numéro d'immatriculation : 3348761738.			**Total** = _______

Veuillez compléter lisiblement. (Version électronique disponible sur le site).

Vendu et expédié à : ____

Institution : ______________________________ Téléphone : ____ ____ - ________

Adresse : ______________________________ Télécopieur : ____ ____ - ________

Ville : ________________ Courriel : ______________________________

Province : ______________ Code Postal : ________________

Veuillez faire parvenir votre commande à :
CONCOURS OPTI-MATH
1000, rue Saint-Antoine, Terrebone (Québec) J6W 1P3
Téléphone : 450 471-7079 • Télécopieur : 450 471-4960
Courriel : opti-math@videotron.ca
Site Web : www.grms.qc.ca

- ❑ Paiement ci-joint
- ❑ Paiement suivra
- ❑ Veuillez facturer

LES PRIX DU GRMS

Prix Richard Pallascio

Description :
Prix pour les auteurs de la revue.

Modalités :
Un jury nommé par le conseil d'administration du GRMS déterminera l'article primé et fera connaître son choix lors de la session de perfectionnement du GRMS.

Critères d'admissibilité :
- être membre en règle du GRMS;
- ne pas être membre du conseil d'administration du GRMS;
- avoir publié un article original dans la revue Envol, entre juin de l'année qui précède le choix du jury et avril de l'année en cours.

Article original :
Il doit s'agir d'un article n'ayant pas été puisé à une autre source, ou simplement traduit. Il peut cependant s'agir d'un article basé sur un écrit d'une autre source à la condition que cette source soit citée et qu'un apport original et personnel de l'auteur soit jugé suffisant par le jury.

Critères d'évaluation :
- clarté et originalité de l'exposé;
- intérêt didactique;
- respect de la terminologie et du symbolisme en usage au secondaire.

Montant accordé : 300$

Note: Si l'article est présenté par une équipe, le montant du prix sera partagé entre les membres de l'équipe.

Prix Descartes

Description :
Prix remis à cinq diplômés (es) (une personne par université participante) dans le programme d'enseignement des mathématiques au secondaire.

Critères d'admissibilité :
Être bachelier dans le programme d'enseignement des mathématiques au secondaire dans une des cinq universités participantes.

Ce prix est conjointement offert par le Groupe des responsables en mathématique au secondaire (GRMS) et l'Association mathématique du Québec (AMQ). En accord avec cinq universités québécoises, ce prix sera remis à l'étudiante ou à l'étudiant diplômé le plus méritant dans chacune des universités participantes. La présentation de ce prix se fera dans chacune des universités lors de la collation des grades.

Voici l'énumération de ces universités:
- Université de Sherbrooke
- Université de Montréal
- Université Laval
- Université du Québec à Trois-Rivières
- Université du Québec à Montréal

Le prix : Une médaille d'honneur ainsi qu'une adhésion à l'association (GRMS) seront remises aux titulaires de ce prix.

Prix Fermat

Description :
Prix pour le meilleur scénario d'enseignement (1er cycle et 2e cycle)

Critères d'admissibilité :
- être membre en règle du GRMS;
- ne pas être membre du conseil d'administration du GRMS;
- description brève des concepts et processus impliqués, du contexte de classe et des ressources nécessaires; (grille pour aider à : www.grms.qc.ca)
- préciser la clientèle visée;
- permettre la publication du projet dans la revue du GRMS.

Critères d'évaluation :
Entre autres, les membres du jury auront à juger les travaux selon les éléments suivants :
- la qualité de l'activité dans son ensemble;
- la pertinence de la démarche face à l'intention visée;
- l'originalité du projet;
- les retombées dans l'apprentissage de l'élève;
- le potentiel de réutilisation et de diffusion;
- tout matériel pertinent à la réalisation;
- tout matériel ou information permettant de juger la qualité (ex. : témoignage d'élèves, de vidéo, etc.).

Scénario original d'enseignement :
Voici ce qu'entend le GRMS par scénario pédagogique original d'enseignement. Il pourrait s'agir:
- d'une activité mathématique que **vous** avez créée;
- d'un logiciel portant sur un contenu précis en mathématique enseigné au secondaire;
- de la description de l'utilisation d'un matériel de manipulation;
- d'une vidéo d'une expérimentation mathématique vécue en classe;
- de toute création originale non produite pour une maison d'édition, etc.

Composition du jury :
- la présidente ou le président du GRMS;
- deux membres de chacun des cycles du secondaire, choisis, de préférence, dans des régions différentes de la candidate ou du candidat.

Montants accordés :
- 300 $ pour le projet retenu
- 2 prix de participation de 100 $ attribués au hasard parmi les autres projets soumis répondant aux critères.

Note : Si le projet est présenté par une équipe, le montant du prix sera partagé entre les membres de l'équipe.

Date de remise des scénarios :
Avant le 1er avril de chaque année.

Prix Claude Janvier

Description :
Prix d'excellence Claude Janvier est remis annuellement à un enseignant(e) s'étant démarqué(e) dans son milieu par son dynamisme, son leadership, son innovation, la qualité de son enseignement ou son rayonnement.

Critères d'admissibilité :
La candidate ou le candidat doit :
- être membre en règle du GRMS;
- ne pas être membre du conseil d'administration du GRMS;
- avoir oeuvré dans le domaine de l'enseignement de la mathématique au secondaire.

Critères d'évaluation :
Le dossier d'appui doit mettre en valeur chacun des points suivants :
- faire preuve d'une reconnaissance professionnelle par ses pairs;
- avoir contribué à développer un plus grand intérêt pour la mathématique;
- avoir fait progresser l'enseignement de la mathématique au secondaire.

Dossier de la mise en candidature :
Le dossier de la mise en candidature doit contenir les pièces suivantes :
- une lettre d'une supérieure ou d'un supérieur (ancien ou présent) de la candidate ou du candidat;
- lettre du proposeur;
- tout témoignage susceptible d'influencer les membres du jury pour le choix de la candidate ou du candidat présenté (élèves, collègues, etc.).

Composition du jury :
Le conseil d'administration du GRMS nomme les cinq membres du jury :
- la présidente ou le président du GRMS;
- trois enseignants, de préférence de régions différentes de celle de la candidate ou du candidat;
- ancien(ne) récipiendaire (si possible).

Montant accordé : 500$

Date de l'envoi du dossier :
Avant le 1er avril de chaque année.

PRODUCTIONS DU GRMS

ENSEMBLE DE 3 AFFICHES SUR LES COMPÉTENCES

par Brigitte Provencal

AFFICHES « CURIOSITÉS MATHÉMATIQUES »

Affiches contenant des paradoxes simples et des curiosités mathématiques qui pourront alimenter de nombreuses discussions et agrémenter votre salle de classe.

AFFICHES par Hélène Desjardins

Descartes, Euclide, Hypatia, Pascal, Pythagore, Archimède, Nombre d'or et Fractions et Les maths sont partout.

SÉRIE D'AFFICHES SUR L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES (LIGNE DU TEMPS EN 11 AFFICHES)

par Pierrette Boudreau, Johanne Gauthier et Louis Charbonneau

AU JEU! par Charles-Édouard Jean

Recueil de problèmes conçus et présentés de façon à capter l'intérêt de l'élève et à développer son habileté à résoudre des problèmes. L'emploi d'heuristiques et l'utilisation d'outils électroniques contribueront à mieux cerner ces problèmes.

LA PETITE MERVEILLE

Pochoir épais transparent et troué pour insertion dans un cartable. Substitut intéressant à la boîte de géométrie de l'élève.

ÉQUAPUZZLE par Lorraine Poirier

Activité éducative pour les élèves de 4e secondaire qui consiste à former un puzzle à l'aide de solutions de systèmes d'équations à deux variables. Cette activité est conçue pour le travail coopératif.

DOCUMENT SUR « LA CALCULATRICE À AFFICHAGE GRAPHIQUE »

C'est un document d'une grande qualité pédagogique montrant que cet outil électronique peut vraiment aider les enseignants et les élèves dans une démarche exploratoire dans le domaine du traitement des équations, des fonctions et des statistiques.

DOSSIER « SPÉCIAL SUR LES CONIQUES »

PORTE-TROMBONES

Avec le logo du GRMS

CRAYONS À MINE

Avec la mention « J'(♥) la mathématique »

PORTE-CLÉS

Avec le logo du GRMS

ACTES DE CABRI-WORLD

Conférences, activités, documents, souvenirs, voilà des exemples de ce que vous trouverez sur le CD (PC ou MAC).

PORTE-CRAIE

Bleu turquoise avec logo du GRMS

GOURDE

Bleue avec le logo GRMS

APPRENDRE LA MATHÉMATIQUE PAR PROJET

par Richard Pallascio

PRODUCTIONS DU GRMS - bon de commande

	Prix ($)	Quantité	Total ($)
ENSEMBLE DE 3 AFFICHES SUR LES COMPÉTENCES, par Brigitte Provencal 10 $			
AFFICHES « CURIOSITÉS MATHÉMATIQUES » 10 $			
AFFICHES, par Hélène Desjardins Descartes, Euclide, Hypatia, Pascal, Pythagore, Archimède, Nombre d'or et Fractions 25$ pour l'ensemble de 8 affiches			
AFFICHE : *« Les maths sont partout »*, par Hélène Desjardins 8 $			
SÉRIE D'AFFICHES sur l'histoire des mathématiques (ligne du temps en 11 affiches), par Pierrette Boudreau, Johanne Gauthier et Louis Charbonneau 7 $			
AU JEU!, par Charles-Édouard Jean 17 $			
LA PETITE MERVEILLE (3, 00$ l'unité ou 2,50 $ pour 100 exemplaires et plus)			
ÉQUAPUZZLE, par Lorraine Poirier 30 $			
DOCUMENT SUR « LA CALCULATRICE À AFFICHAGE GRAPHIQUE » 12 $			
DOSSIER « SPÉCIAL SUR LES CONIQUES » 10 $			
PORTE-TROMBONES, avec le logo du GRMS 10 $			
CRAYONS À MINE, avec la mention «*J'♥ la mathématique* » 2/1,25 $ ou 12/6,00 $			
PORTE-CLÉS, avec le logo du GRMS 5 $			
ACTES DE CABRI-WORLD *(jusqu'à épuisement des stocks)* 20 $			
PORTE-CRAIE bleu turquoise avec logo du GRMS 6 $			
GOURDE bleue avec le logo GRMS 10 $			
APPRENDRE LA MATHÉMATIQUE PAR PROJET, par Richard Pallascio 10 $			

Les documents papier ne sont pas remboursables.

sous-total 1 :		
-10% pour les membres :		
transport et manutention <u>pour le Québec</u> : **(si hors Québec, des frais supplémentaires seront exigés)**		7,00 $
Total :		
(TPS : R 129 231 999) TPS 5% :		
Sous-total 2 :		
(R 1013576820 TQ 0001 TVQ 8,5% :		

Joignez une copie du bon de commande à votre chèque
ou à votre mandat fait à l'ordre de : **GRMS inc.**
7400, boul. Les Galeries d'Anjou, bureau 410
Anjou (Québec) H1M 3M2

Nom : ______________________________
Adresse : ______________________________
Ville :______________________________
Code postal : ______________________________
Institution : ______________________________
Tél. au travail : ____ ____ - ______________

TOTAL À PAYER AU GRMS $

No membre : ______________________
Expiration : ______________________

GRMS

INC.

Groupe des responsables en mathématique au secondaire

ADHÉSION OU RENOUVELLEMENT

Pour vous inscrire ou pour renouveler votre adhésion, veuillez retourner ce formulaire **avec votre paiement** à l'adresse suivante :

GRMS inc.
7400, boul. Les Galeries d'Anjou, bureau 410
Anjou (Québec) H1M 3M2

Téléphone : 514 355-8001
Télécopieur : 514 355-4159
Courriel : grms@spg.qc.ca
Site Web : www.grms.qc.ca

IDENTIFICATION

Prénom : ______________________________

Nom : ______________________________

Adresse : ______________________________

____

Code postal : ____________

École ou autre institution : ______________________________

Commission scolaire ou autre organisme : ______________________________

Fonction : ______________________

Rés. : téléphone : ____ ____ - ______

télécopieur : ____ ____ - ______

Bur. : téléphone : ____ ____ - ______

télécopieur : ____ ____ - ______

Niveau : primaire ❑ secondaire ❑

éducation des adultes ❑

autre ____________________

Courriel : ______________________________

❑ je refuse que mon courriel soit inclus dans le bottin électronique du site du GRMS

COÛT POUR UNE ADHÉSION ANNUELLE

POUR LES PERSONNES OU LES INSTITUTIONS

L'adhésion personnelle donne droit à la revue ***ENVOL***, à un accès au babillard électronique et à des tarifs préférentiels lors de nos sessions.

L'adhésion corporative donne droit à deux (2) ***revues Envo***l, ainsi qu'à trois (3) accès au babillard électronique.
Ces tarifs peuvent changer en cours d'année.

Date : ______________

Montant joint : ________

Signature : __________________

GRMS	(G) : 57,50 $ ❑
GRMS CORPORATIF	(GC) : 250 $ ❑
GRMS - retraité-e	(GR) : 30 $ ❑
GRMS - étudiant-e à temps plein *	(GE) : 30 $ ❑

Taxes incluses

TOTAL À PAYER __________

**photocopie de la carte d'étudiant-e exigée*

(TPS : R 129 231 999)
(TVQ : 10135 76820 TQ 0001)

Partie réservée au secrétariat du GRMS Paiement : C.s. ❑ École ❑ Personnel ❑ Autre ____________

Date du chèque : ____________ Numéro du chèque : ____________ Montant : ____________

38^{e} SESSION DE PERFECTIONNEMENT :

Arrimons-nous

Collège Laflèche à Trois-Rivières

25-26-27 mai 2011

Visitez le site du GRMS pour plus de détails :

www.grms.qc.ca

1re année du 1er cycle du secondaire

DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE

Sylwester Przybylo et Pawel Jankowski

NOUVEAUTÉ

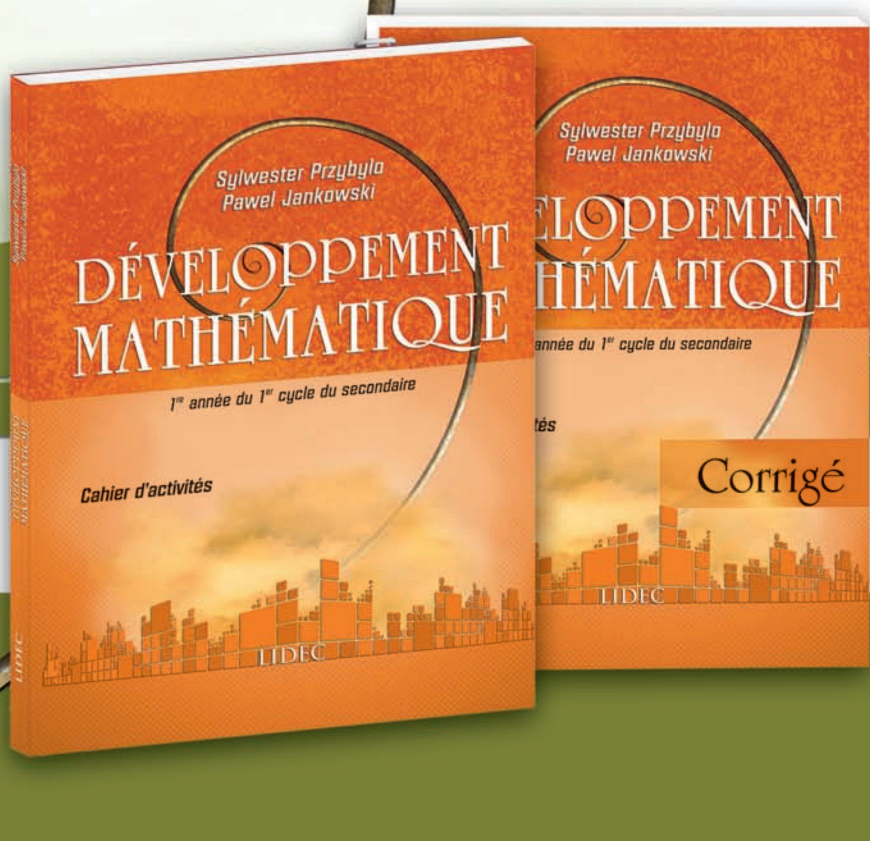
Nous vous invitons à découvrir et à vous approprier cet ouvrage simple et complet qui nous paraît tout indiqué pour traduire l'essentiel du PFEQ dans l'apprentissage des mathématiques. Ce matériel vous accompagnera dans ce parcours au moyen des éléments suivants :

- Des situations d'apprentissage et des activités qui permettront de développer des compétences disciplinaires et transversales ;
- De nombreux exercices qui demanderont de recourir à un large éventail de connaissances en mathématiques tout en faisant preuve de créativité ;
- Des capsules claires et rigoureuses qui présenteront le contenu théorique.

Pour découvrir les concepts en mathématiques et élargir les limites des connaissances à travers des activités intéressantes et amusantes.

CAHIER D'ACTIVITÉS et CORRIGÉ

272 pages chacun



LIDEC

Téléphone : 514 843-5991

Sans frais : 1 800 350-5991

Courriel : lidec@lidec.qc.ca

www.lidec.qc.ca