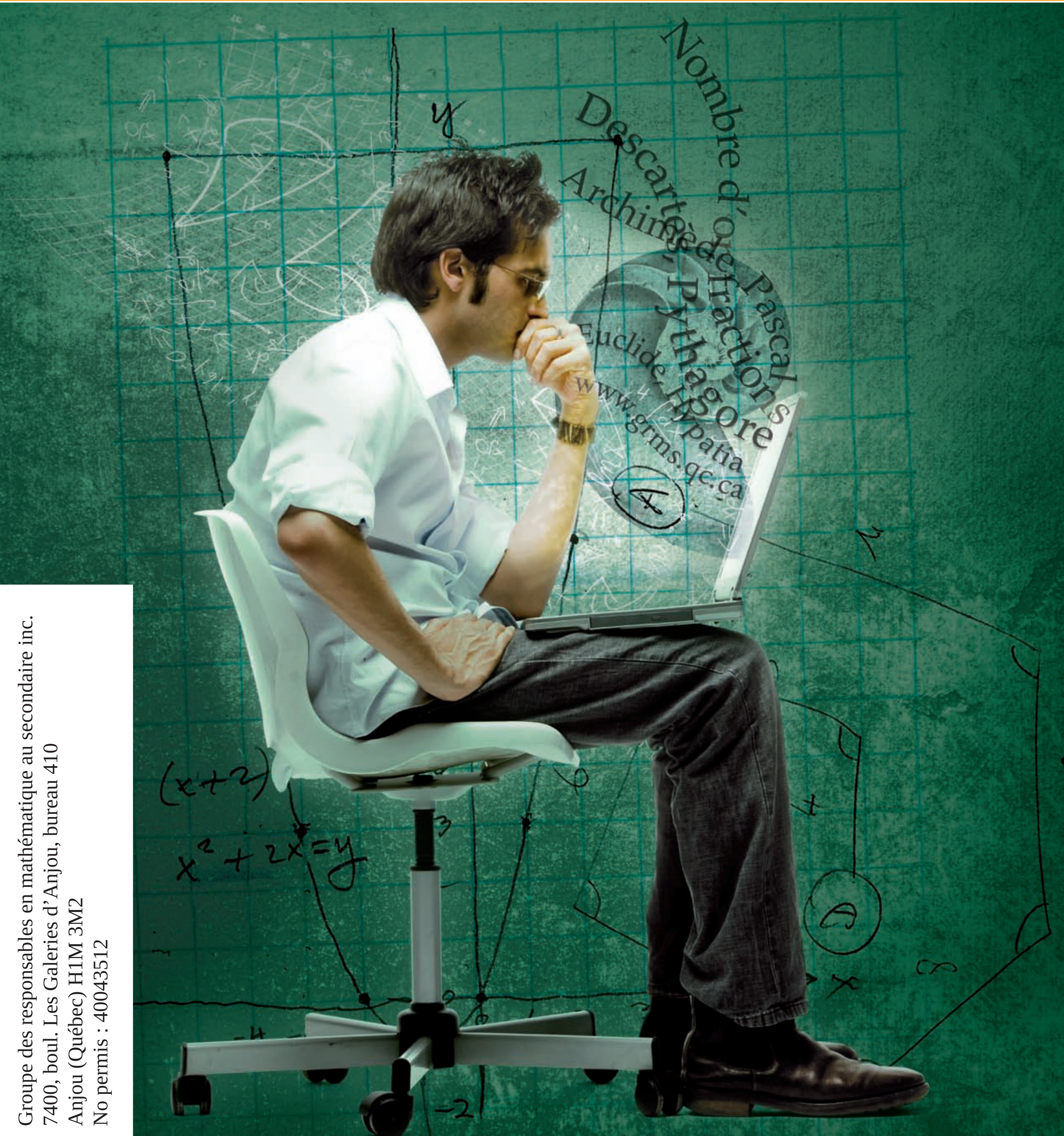
Envol

155 AVRIL, MAI, JUIN 2011

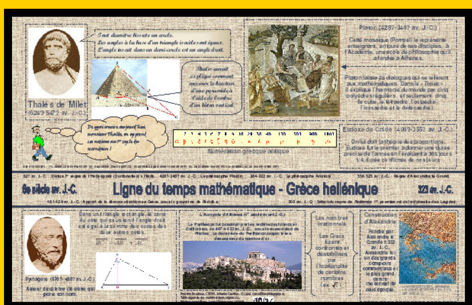
Groupe des responsables en mathématique au secondaire



Groupe des responsables en mathématique au secondaire inc.
7400, boul. Les Galeries d'Anjou, bureau 410
Anjou (Québec) H1M 3M2
No permis : 40043512

NOUVELLE SÉRIE D'AFFICHES

SUR L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES



Vous pouvez les commander en utilisant le bon de commande que vous trouverez dans cette revue.

Production du GRMS INC.

Envol

REVUE DU GROUPE DES RESPONSABLES EN MATHÉMATIQUE AU SECONDAIRE

Directrice de la revue : Valérie Lebel

Représentante du c.a. : Marie Auger

Mise en page : Nathalie Comeau
Courriel : n.comeau@hotmail.com

Publicité : Valérie Lebel
Téléphone : 418 914-6207
Télécopieur : 418 656-6207
Courriel : envol@plureality.com

Graphiste de la couverture : Étienne Rioux
Courriel : etiennerioux@videotron.ca

Impression : Carpediem Media

Avertissement au lecteur

La direction de la revue publiera volontiers les articles et les lettres qui présentent un réel intérêt pour l'ensemble des membres du GRMS. Ces écrits engagent la seule responsabilité des auteurs et ne reflètent en rien la position officielle de l'organisme.

DATES DE TOMBÉE pour la revue *Envol*

Il est TRÈS IMPORTANT de respecter les dates de tombée suivantes si vous souhaitez que vos articles soient publiés dans le numéro en préparation. Après ces dates, ceux-ci pourraient être mis en banque pour une parution ultérieure.

Parution :	Dates de tombée :
No 156, juillet-août-septembre 2011	1er juillet 2011
No 157, octobre-novembre-décembre 2011	1er octobre 2011
No 158, janvier-février-mars 2012	15 décembre 2011
No 159, avril-mai-juin 2012	15 mars 2012

Format :

De préférence en Word pour PC ou Macintosh. Veuillez également nous fournir une version enregistrée en format « texte seul » ainsi que les illustrations dans un fichier séparé. Vous pouvez joindre une photo à votre article si vous le désirez.

Remarque importante :

Que vous fassiez parvenir votre fichier par la poste ou par courrier électronique, une copie papier peut être expédiée au même moment à l'adresse suivante :

Revue *Envol*
Att. Mme Valérie Lebel
2558, rue de Port-Royal
Québec (Québec) G1V 1A6
Téléphone : 418 914-6207
Télécopieur : 418 656-6207
Courriel : envol@plureality.com

ISSN : 0833-8566

Dépôt légal : Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada
Envol paraît quatre fois l'an. Port de retour garanti.

Convention de la Poste-Publications : **40043512**

AU MAÎTRE DE POSTE :
Retourner toute correspondance ne pouvant être livrée au Canada au :

GRMS
7400, boul. Les Galeries d'Anjou, bureau 410, Anjou (Québec) H1M 3M2
Courriel: grms @spg.qc.ca

TABLE DES MATIÈRES

CONSEIL D'AMINISTRATION 2010-2011

Sylvie Beaulieu, présidente
Bur. : 514 342-9342 p. 5169
Courriel : sylvie@beaulieu.com

Jacques Jacob, vice-président
Rés. : 418 822-3073
Bur. : 418 525-8169 p. 6022
Courriel : jacquesjacob@hotmail.com

Lucie Morasse, secrétaire
Rés. : 418 832-4534
Bur. : 418 838-8300 p. 52036
Courriel : luciemorasse@hotmail.com

Chanie O'Keefe, trésorière
Courriel : chanie_o@hotmail.com

Marie Auger, administratrice
Rés. : 418 362-2966
Bur. : 819 375-8931 p. 359
Courriel : marieogl@yahoo.ca

Jacques Bouffard, administrateur
Bur. : 418 228-5541 p. 2403
Courriel : jacques.bouffard@csbe.qc.ca

Martin Baril, administrateur
Bur. : 418 686-4040 p. 2276
Courriel : baril.martin@cscapitale.qc.ca

Comment joindre un membre du GRMS

En tout temps, si vous désirez les coordonnées au travail d'un des membres du conseil d'administration du GRMS, d'un des membres, d'un auteur, d'un animateur d'ateliers ou simplement avoir de l'information sur du matériel didactique ou toute information relative à votre association, vous pouvez appeler au secrétariat du GRMS.

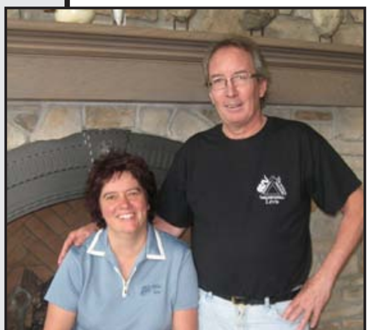
S'il n'y a pas de réponse, vous pouvez laisser un message sur le répondeur ou le faire parvenir par télécopieur. Les commandes de matériel didactique sont acceptées par télécopieur.

Vous pouvez également utiliser le courrier électronique du secrétariat et, en tout temps, visiter notre site Web.

SECRÉTARIAT DU GRMS

Dominique Rivard, secrétaire
7400, boul. Les Galeries d'Anjou, bureau 410
Anjou (Québec) H1M 3M2
Téléphone : 514 355-8001
Télécopieur : 514 355-4159
Courriel : grms@spg.qc.ca
Site : http://www.grms.qc.ca

SECRÉTARIAT DES CONCOURS OPTI-MATH
Pour information : Robert Mercier
Téléphone : 450 471-7079
Télécopieur : 450 471-4960
Courriel : opti-math@videotron.ca



Sylvie Beaulieu, présidente. Enseignante au Collège Jean-de-Brébeuf, Sylvie revient au service du GRMS pour une 5^{e} année non consécutive. Elle s'occupera des dossiers du NCTM, du NSCM et fera le lien avec le comité Opti-Math.

Jacques Jacob, vice-président. Jacques est enseignant à la Commission scolaire de la Capitale. Il en est à sa 15^{e} année au sein du conseil d'administration. Cette année, il assure le lien avec le comité local et est aussi responsable du dossier des prix du GRMS-AMQ.

Lucie Morasse, secrétaire. Lucie a enseigné plusieurs années à l'école secondaire Pointe-Lévy de la Commission scolaire des Navigateurs. En 2010-2011, elle occupe le poste de conseillère pédagogique en mathématique à la même Commission scolaire. Au GRMS, Lucie est responsable du dossier de la session d'études au mois d'octobre.

Chanie O'keefe, trésorière. Chanie est enseignante pour la Commission scolaire de la Capitale, Chanie en est à sa deuxième année au sein du conseil d'administration. Elle est responsable de la trésorerie.

Martin Baril, administrateur. Martin commence sa 19^{e} année dans le domaine de l'éducation. Ayant fait ses débuts au collégial, il occupe actuellement un poste de conseiller pédagogique à la Commission scolaire de la Capitale. Il en est à sa deuxième année au sein du conseil d'administration. Martin s'occupe des dossiers de la télématique et de la communauté de partage.

Jacques Bouffard, administrateur. Conseiller pédagogique à la Commission scolaire Beauce-Etchemin, Jacques en est à sa deuxième année au sein du conseil d'administration. Il a la responsabilité du dossier des productions.

Marie Auger, administratrice. Marie enseigne à l'Académie Les Estacades de la Commission scolaire Chemin du Roy. Elle en est à sa deuxième année au sein du conseil d'administration. Marie est responsable des dossiers de la revue *Envol* et du comité du programme.

Mot de la présidente

Une autre année s'achève. Chacun d'entre nous chemine dans l'appropriation de son programme, de ses manuels, des diverses façons d'évaluer en évolution constante. Une personne âgée m'a dit un jour : « La vie est une grande roue qui tourne ». Si l'on regarde l'évolution de l'évaluation, on se demande parfois si on progresse ou si nous sommes de retour vers le passé.

Quand on arrive en fin d'année, il arrive parfois qu'on dresse un certain bilan de l'année. Comment fut votre année? De notre côté au GRMS, nous sommes résolument penchés vers l'avenir. Nous avons pratiquement terminé d'organiser la session d'octobre au moment même où se termine notre session de mai. Je peux déjà vous annoncer que notre prochaine formation, à Drummondville, traitera du sens du nombre, des difficultés de lecture et des mathématiques financières. Nous croyons que ces thèmes, bien qu'ils aient traversé l'histoire, sont de plus en plus d'actualité.

Nous sommes aussi en mesure de vous annoncer que notre session de mai 2012 se tiendra en Beauce fort probablement et que la Montérégie nous attend de pied ferme pour la session de mai 2013. Comme vous pouvez le constater, nous tentons de planifier de mieux en mieux nos rendez-vous à l'avance, ce qui facilite grandement les organisations locales. N'hésitez pas à réserver votre année en nous contactant.

Bonne fin d'année à tous!

Sylvie Beaulieu

Sylvie Beaulieu
Présidente du GRMS

GRMS

Groupe des responsables en mathématique au secondaire

HISTORIQUE

Au début des années 1970, un groupe de conseillères et conseillers pédagogiques ressent le besoin de se doter d'une structure provinciale pour l'avancement de l'enseignement de la mathématique au secondaire. Plusieurs enseignantes et enseignants se joignent au groupe. En 1974, la première session de perfectionnement se tient au Campus Notre-Dame-de-Foy de Cap-Rouge et, à la fin de l'année 1978, l'association est incorporée.

En 1988, le concours opti-math de la région Laval-Laurentides-Lanaudière devient Opti-Math du GRMS et s'étend provincialement. En 1992, les prix du GRMS sont créés et le 100e numéro de la revue *Envol* voit le jour en 1997.

Le GRMS organise à chaque année une session d'étude (mini-session) et une session de perfectionnement et depuis 1998, il favorise et supporte la tenue de journées de formation continue.

ANNUELLEMENT, LE GRMS

- Émet plus de 650 cartes de membres (membres individuels ou corporatifs);
- Accueille, aux deux sessions, un total d'environ 600 participantes et participants;
- Présente environ une centaine d'ateliers de perfectionnement;
- Collabore à la promotion des concours OPTI-MATH et OPTI-MATH-PLUS en établissant une entente de service avec le concours Opti-Math inc.;
- Brise l'isolement des membres et crée des liens, entre autres, par la revue *ENVOL* expédiée aux membres quatre fois l'an, par son site Internet et son babillard Édu-Groupe.
- Encourage l'innovation, la participation et l'excellence en honorant à chaque année des membres qui se sont distingués.

COMITÉS DU GRMS

- Conseil d'administration;
- Comité de la revue *ENVOL*;
- Comités d'organisation des sessions : programme, local, technique;
- Comité télématique;
- Comité de la formation continue;
- Comité de la réforme.

OBJECTIFS

- Informer, sensibiliser, consulter et représenter les membres sur divers sujets reliés à la mathématique au secondaire.
- Faire des recommandations à tout corps constitué, privé ou public, notamment au ministère de l'Éducation, pour tout ce qui a trait à la mathématique au secondaire.
- Organiser des rencontres professionnelles afin d'informer, de consulter et de perfectionner ses membres.
- Inventorier les ressources et organismes reliés à la mathématique au secondaire.
- Produire et diffuser des documents relatifs à l'élaboration des programmes et à l'enseignement de la mathématique au secondaire.
- Imprimer, éditer des revues, journaux, périodiques pour fins de renseignement et de culture.
- Regrouper les conseillères et les conseillers pédagogiques, les enseignantes et enseignants, les étudiantes et étudiants et toute personne intéressée à la mathématique au secondaire, afin de promouvoir les buts que poursuit l'association.

PRIORITÉS DE L'ANNÉE

- Développer les services en ligne;
- Informer davantage les membres sur le développement du dossier mathématique.

Mot de la directrice de la revue

Bonjour chers membres,

Au moment où je vous écris, je ne suis pas certaine que l'été arrivera… à Québec, nous avons encore reçu de la neige! Mais l'année est presque terminée et c'est un signe que l'été est à nos portes!

Dans cette édition, nous sommes fiers d'avoir une nouvelle collaboration, celle de David Guillemette qui nous présentera une « chronique historique » dans les revues à venir. Comme premier article, il nous présente sa chronique et nous parle d'algèbre.

Nous aurons aussi la deuxième partie de l'article de M. Proulx et de Mme Corriveau qui nous parle de l'importance des mots dans l'enseignement des mathématiques.

Notre collègue Claude Tardif nous revient aussi avec un article sur les systèmes électoraux puisque c'est maintenant un sujet que nous devons enseigner dans la troisième année du deuxième cycle et peu d'entre nous ont reçu des formations sur le sujet. Il sera aussi présent au congrès, alors je vous invite à assister à son atelier.

Je me suis fait poser quelques questions concernant la chronique de Michel Warisse « Des vertes et des pas mûres »… les extraits que vous lisez sont authentiques et proviennent de copies que Michel a évaluées. Ainsi, nous « laissons » volontairement les fautes ou les tournures de phrases un peu loufoques pour rester fidèles à ce qui avait été écrit! En espérant vous faire sourire…

Merci encore à Nadine Martin qui est fidèle à nous partager des mots croisés facilement utilisables en classe ainsi qu'à Chanie O'Keefe pour les petits problèmes au quotidien.

Au plaisir de vous rencontrer au congrès à Trois-Rivières!

Valérie Lebel
Directrice de la revue *ENVOL*

Le concours Opti-Math a pour objectif de permettre aux élèves de niveau secondaire d'exprimer leur pensée mathématique à travers des problèmes différents de ceux qu'on voit dans les cours de mathématiques.

Pour ce faire, le comité Opti-Math s'est donné pour mandat de planifier et de superviser l'organisation des activités qui entourent le concours (passation de l'épreuve, correction régionale, correction nationale).

À cet effet, il trouve des commanditaires afin d'assurer le bon fonctionnement du concours et aussi pour remettre des prix et des bourses aux participants.

Le comité OPTI-MATH se compose des membres suivants :

Éric LAPOINTE, président
Bureau : 418 669-6063 p.6346 • Courriel : eric.lapointe@cslsj.qc.ca

Marleyne CAOUETTE, trésorière
Bureau : 418 652-2167 p.2107 • Courriel : marleyne.caouette@csdecou.qc.ca

Marc PLOURDE, secrétaire et dossier informatique
Bureau : 418 669-6063 p.6344 • Courriel : marc_plourde@hotmail.com

Nathalie DEMERS, coordonnatrice des épreuves
Bureau : 418 652-2167 p.2107 • Courriel : nathalie.demers@csdecou.qc.ca

Martin DUCHESNE, directeur
Bureau : 450 655-7311 • Courriel : martin.duchesne@csp.qc.ca

Patrick DESMEULES, concepteur d'épreuves
Bureau : 418 349-2816 • Courriel : patrickdesmeules@hotmail.com

Responsables des épreuves OPTI-MATH 2011

David BRASSARD, responsable de l'épreuve OPTI-MATH
Courriel : d22bras@hotmail.com

Patrick DESMEULES, responsable de l'épreuve OPTI-MATH-PLUS
Courriel : patrickdesmeules@hotmail.com

Secrétariat des concours OPTI-MATH du GRMS inc.

Pour information : Robert Mercier
1000, rue Saint-Antoine, Terrebonne (Québec) J6W 1P3
Téléphone : 450 471-7079 • Télécopieur : 450 471-4960
Courriel : opti-math@videotron.ca

Petits problèmes au quotidien

Chanie O'Keefe, enseignante
Commission scolaire de la Capitale
chanie_o@hotmail.com

Traduction et adaptation de problèmes tirés de
la revue du NCTM : *Mathematics Teacher*
Octobre 2010, pages 201-205

1. Soit trois dés identiques, chacun ayant deux faces avec le nombre 2, deux faces avec le nombre 4 et deux faces avec le nombre 6. Combien de sommes différentes peut-il y avoir lorsque les trois dés sont lancés?

2. Placez un des symboles d'opérations (+, -, × ou ÷) dans chacune des cases suivantes de l'expression mathématique de façon à obtenir chacun des nombres entiers de 1 et 9.

   1 □ 2 □ 3 □ 4 □ 5 □ 6 □ 7 □ 8 □ 9

3. Parmi les enfants d'une même famille, on compte des garçons et des filles. Chaque garçon a autant de frères que de sœurs, mais chaque fille a la moitié moins de sœurs que de frères. Combien de garçons et de filles y a-t-il dans cette famille?

4. Un homme se trouve au premier étage d'un édifice. Il monte jusqu'au troisième étage en 20 secondes. À ce rythme, combien de temps, en secondes, devrait prendre cet homme pour se rendre du premier étage au sixième étage?

5. On retire six cases d'un échiquier 8 × 8. Dans l'échiquier de la figure 5, tracez un chemin horizontal ou vertical qui passe par toutes les cases restantes une seule fois et qui revient à la case départ.

6. Combien y a-t-il d'entiers compris entre 1 et 1 000 qui ont exactement 3 facteurs distincts?

7. Sachant que la mesure de la longueur d'un des côtés du carré AEFG et d'un des côtés du carré GFBH est de 3 cm, trouvez l'aire du rectangle ABCD de la figure 7.

8. Dans la figure 8, la droite *AB* est tangente au cercle, la droite *AC* est bissectrice de l'angle *BAD*, $m\overset{\frown}{BC} = 50°$, $m\overset{\frown}{CD} = 40°$, et la $m\angle CGD = 30°$. Quelle est la mesure de $\overset{\frown}{FED}$?

9. Quel est le plus grand nombre parmi les choix suivants : 10^8, 9^9 et 8^{10}?

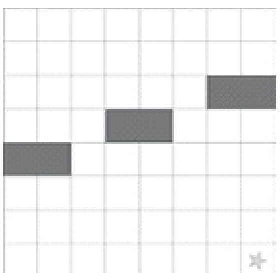


Figure 5

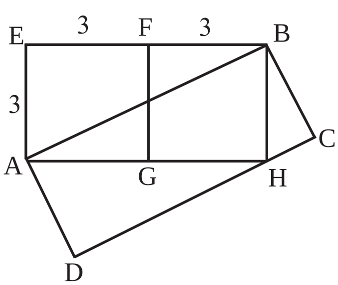


Figure 7

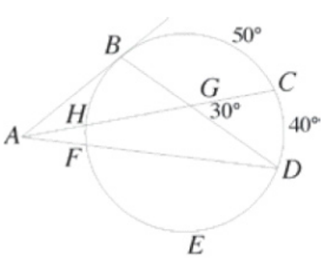


Figure 8

Solutions aux pages 26 et 27

La Page à Dage est maintenant à une nouvelle adresse : www.lapageadage.com

- Basée sur le format Wordpress avec des mises à jour fréquentes
- Adaptée pour Ipod, Iphone et autres téléphones intelligents
- Gestion des liens avec Diigo
- Possibilité de consulter les anciennes pages des Applets Java
- Documents disponibles avec nom d'utilisateur et mot de passe

Pour communiquer avec Jocelyn Dagenais :
dage@lapageadage.com

Exemple de liens sur la page Diigo

1) Titre du site	2) Mots-clés (tags) choisis pour ce site
3) Mots-clés sélectionnés pour effectuer une recherche parmi les liens internet	4) Autres mots-clés disponibles permettant de raffiner la recherche

Chronique sur l'histoire et l'enseignement des mathématiques : Fibonacci et le problème des deux tours

David Guillemette, Chargé de cours, département de mathématiques, Université du Québec à Montréal
guillemette.david@uqam.qc.ca

Mise en contexte :

L'histoire des mathématiques inspire et passionne autant dilettantes que mathématiciens aguerris. Elle se veut le terreau fertile pour d'abondantes réflexions mathématiques, épistémologiques et didactiques. Dès le début du 20e siècle, des pédagogues, philosophes et mathématiciens tels que Barwell, Bachelard, Poincarré et Klein (pour ne nommer que ceux-là) s'y sont intéressés. À partir des années 70, ce champ d'intérêt a connu une hausse importante de popularité comme le souligne Charbonneau (2006). Cet engouement a donné lieu à de nombreuses recherches concernant l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement.

Il ressort de ces travaux de recherche de nombreux arguments qui supportent la présence de l'histoire dans la classe de mathématiques. En particulier, Hans Neils Jahnke (2000) souligne que l'histoire pourrait offrir une *compréhension culturelle* des mathématiques. Comme il le mentionne : « L'intégration de l'histoire des mathématiques nous inviterait à ancrer le développement des mathématiques à l'intérieur d'un contexte sociohistorique et culturel large et à repousser les limites établies des objets à l'intérieur de la discipline » (p. 292, traduction libre). D'autre part, l'intégration de l'histoire amènerait un *repositionnement* des mathématiques, c'est-à-dire que « l'intégration de l'histoire permettrait de percevoir les mathématiques comme une véritable activité intellectuelle plutôt qu'un simple corpus de connaissances, qu'une simple collection d'outils disparates » (p. 292, traduction libre). Ces arguments sont liés à un besoin d'humaniser les mathématiques, d'en souligner l'historicité et de mettre en relief leur aspect évolutif.

Enfin, un dernier argument est celui de la *réorientation*. Dans ce sens, « l'histoire des mathématiques aurait la vertu d'étonner, elle rend le familier inusité […] l'apprenant se voit engagé dans un processus où il est forcé de se réapproprier le sens des objets enseignés ou à être enseignés » (p. 292, traduction libre). Dans cette optique, l'histoire permettrait aux élèves de remettre en question leurs propres conceptions et expériences associées aux objets mathématiques par la rencontre et la comparaison d'une autre culture mathématique, celle d'une autre époque. La puissance de ce dernier argument de la *réorientation* m'apparaît plus grande quant à l'impact sur la posture des élèves face aux objets mathématiques et à l'activité mathématique en tant que telle. Il ne s'agit pas ici que de donner un visage humain ou un aspect concret aux mathématiques (malgré leur importance évidente), mais bel et bien de toucher l'élève par l'étonnement et l'inusité, à le toucher par une expérience mathématique bien au-delà de l'anecdote ou des faits. Ainsi, non seulement l'histoire doit enrichir la compréhension conceptuelle des objets étudiés, mais cette réappropriation serait aussi associée à des réflexions profondes sur la nature des mathématiques elles-mêmes.

Cette chronique autour de l'histoire des mathématiques entreprendra de fournir des situations, des problèmes ou des textes de nature historique riches et utilisables en classe, qui tentent de répondre à ces éléments et qui tiennent compte des réticences que peuvent entretenir les enseignants envers l'utilisation de l'histoire en classe. Je tenterai de fournir des situations qui permettent d'aller au-delà de l'anecdote, au-delà de cette histoire perçue comme des « épices » ajoutées à la casserole mathématique (Jankvist, 2009). Pour chaque chronique, je tenterai de véritablement ancrer les situations proposées aux objectifs immédiats des enseignants quant à l'enseignement de différents thèmes en classe au secondaire.

[1] Je remercie sincèrement Monsieur Jérôme Proulx, professeur au département de mathématiques de l'UQAM, pour la révision de ce texte.

Un problème historique pour l’enseignement de l’algèbre

L’enseignement et l’apprentissage de l’algèbre comptent leurs lots de difficultés (voir entre autres Booth, 1984; Bednarz & Dufour-Janvier, 1992). Il semble difficile de s’extirper de cet enseignement centré essentiellement sur la mémorisation d’un langage (monôme, binôme, polynôme, variable, constante, termes semblables, etc.) et sur la manipulation d’expressions symboliques fonctionnant à vide. Il semble y avoir un fossé entre cet enseignement technique et l’objectif qui est celui de développer le raisonnement algébrique chez les élèves.

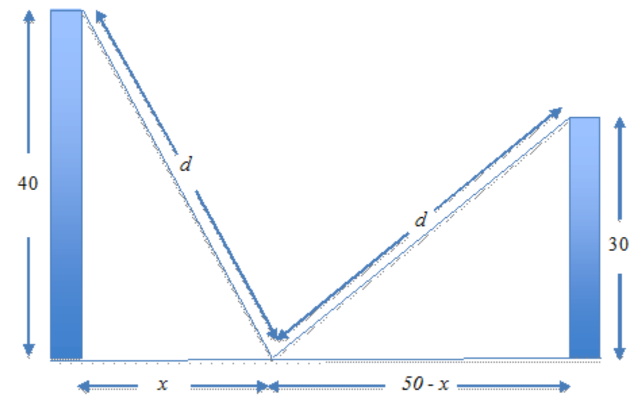
Poursuivant ce double objectif de maîtrise du langage algébrique et du développement du raisonnement algébrique, je propose l’utilisation en classe d’un problème tiré du *Liber abaci* de Léonard de Pise, dit Fibonacci, un des premiers noms de mathématiciens occidentaux qui nous soient parvenus. Auteurs de livres qui doivent presque tout à l’Antiquité et aux apports arabes, ce mathématicien du 13e siècle devenu immortel à cause d’une suite, illustre dans le *Liber abaci* la puissance du système de notation indo-arabe à partir de différents problèmes d’arithmétique et de géométrie euclidienne (Boudine, 2000, p. 47-48). On lui doit, en partie, le rayonnement de ce système en Occident.

On retrouve dans l’ouvrage de Fibonacci le fameux problème des deux tours :

> *Deux tours d’une hauteur de 30 et 40 mètres sont distantes de 50 mètres. Deux oiseaux quittent le sommet de chacune des deux tours et volent à une même vitesse directement vers une fontaine située entre les deux tours. Si les deux oiseaux arrivent en même temps, quelle est la distance entre la fontaine et chacune des tours? (Fauvel & van Maanen, 2000, p. 79, traduction libre)*

Voici un exemple de résolution :

Comme les oiseaux effectuent leur vol à la même vitesse et pendant une même période de temps, ils parcourent donc la même distance. Posons *d* la distance entre la fontaine et le sommet de chaque tour et posons *x* la distance entre la plus haute tour et la fontaine.



On a que :

$d^2 = d^2$

$40^2 + x^2 = 30^2 + (50 - x)^2$ (par la relation de Pythagore)

$1600 + x^2 = 900 + x^2 - 100x + 2500$

$100x = 1800$

$x = 18$

L’intérêt premier de cette situation n’est pas le problème en tant que tel, mais la solution proposée par Fibonacci, trois siècles avant Viète et Descartes. Fibonacci étant loin de posséder les outils symboliques et discursifs propres à l’algèbre, sa solution apparaît donc purement arithmétique et prend la forme d’un texte suivi :

> *Si la plus haute tour est distante de 10 mètres de la fontaine, 10 fois 10 donne 100 qui additionné au carré de la hauteur de la plus haute tour donne 1700. Le carré de la distance restante additionné au carré de la hauteur de la petite tour donne 2500. Les deux sommes ont une différence de 800. Nous devons éloigner la fontaine de la plus haute tour. Ajoutons 5 mètres à la distance entre la fontaine et la plus haute tour, ce qui donne 15 mètres. Le carré de 15 est 225 qui additionné au carré de la hauteur de la grande tour donne 1825. Le carré de la distance restante additionné au carré de la hauteur de la petite tour donne 2125. Les deux sommes ont une différence de 300. Ainsi, en ajoutant 5 mètres, on diminue la différence des sommes de 500, en ajoutant 3 mètres, on diminuera la différence des sommes de 300. 15 plus 3 donne 18. Donc la distance entre la plus haute tour et la fontaine doit être de 18 mètres (ibid., p. 80, traduction libre).*

De façon plus synthétique, il effectue :

$$10^2 + 40^2 = 100 + 1\,600 = 1\,700 \text{ et}$$

$$(50 - 10)^2 + 30^2 = 40^2 + 30^2 = 1\,600 + 900 = 2\,500$$

Fibonacci dit que la différence de ces sommes est 800.

$$(10 + 5)^2 + 40^2 = 225 + 1\,600 = 1\,825 \text{ et}$$

$$(50 - 15)^2 + 30^2 = 1\,225 + 900 = 2\,125$$

Fibonacci dit que la différence de ces sommes est 300.

Si $5m \rightarrow 500$ de différence alors $3m \rightarrow 300$ de différence
$3 + 15 = 18$.

Quelques pistes de réflexion

Un bon nombre de questions intéressantes sont susceptibles d'être soulevées en classe autour de la démarche de Fibonacci. Comment une solution à un problème de mathématiques peut-elle prendre la forme d'un texte suivi? Pourquoi Fibonacci n'utilise pas les outils de l'algèbre? Sa démarche est-elle valide? Serait-elle tout aussi efficace pour des grandeurs initiales différentes? Les étapes de raisonnements sont-elles toutes justifiées? En quoi une démarche algébrique est-elle plus efficace?

D'abord, il serait intéressant de faire remarquer l'aspect à la fois arithmétique et algorithmique de la démarche de Fibonacci qui contraste avec l'écrasante puissance de la démarche algébrique. Notre raisonnement algébrique est fortement marqué par ce traitement cartésien à travers lequel on met en relation les éléments connus et inconnus du problème comme si ce dernier était résolu dès le départ. Cette situation nous permet de mettre en relief les mécanismes de ce traitement algébrique en résolution de problème en le contrastant avec le traitement arithmétique de Fibonacci.

Aussi, il serait profitable de questionner une étape de raisonnement importante au cœur de la démarche de Fibonacci. En effet, il affirme que si une augmentation de distance de 5 mètres entraîne une différence des sommes de 500, alors une augmentation de distance de 3 mètres entraînera une différence des sommes de 300. Cette implication n'est pas justifiée par Fibonacci. La progression est-elle linéaire entre l'augmentation de la distance tour-fontaine et la différence des deux sommes? On peut émettre la conjecture que oui, puisque la solution de Fibonacci est validée par notre démarche algébrique, mais est-ce véritablement le cas? Une démonstration s'impose. Cet aspect met en lumière l'opportunité de réfléchir sur la rigueur mathématique et surtout sur l'historicité de cette dernière.

Par l'exploitation de ce problème en classe, il apparaît possible de susciter des réflexions à la fois sur l'historicité de l'algèbre et sur la nature même du raisonnement algébrique. L'algèbre n'apparaît plus alors comme un ensemble de codes et de techniques désincarnées, un passage obligé vide de sens ou une langue hermétique à subir. Elle apparaît au contraire comme un outil mathématique efficace parmi d'autres dont le développement s'enracine dans l'histoire des hommes et des sociétés.

Somme toute, cette situation rend possibles le développement et la maîtrise du vocabulaire (équation, monôme, binôme, polynôme, inconnue, constante, termes semblables, etc.) et des manipulations algébriques (somme, différence et produit de polynômes, résolution d'équation, etc.) sans travailler à vide, tout en montrant la puissance et la portée de ces outils. Par ailleurs, il est possible de couvrir plusieurs notions abordées lors de la première année du deuxième cycle du secondaire : la relation de Pythagore, l'algèbre (vocabulaire, manipulation, résolution d'équation, preuve algébrique) et les fonctions linéaires.

Enfin, l'histoire dans la classe de mathématiques doit être un moyen de susciter l'étonnement, l'interrogation, le questionnement… Elle fait apparaître les mathématiques comme une véritable activité humaine à travers laquelle des hommes ont relevé des défis immenses et nous ont permis de voir des objets et des raisonnements magnifiques. Aussi, la contemplation de ces belles et élégantes idées n'est-elle pas ce qui au fond nous anime et nous passionne?

Bibliographie

Bednarz, N., & Dufour-Janvier, B. (1992). L'enseignement de l'algèbre au secondaire, une caractérisation du scénario actuel et des problèmes qu'il pose aux élèves. In A. Daife (Ed.), *Acte du colloque sur la didactique des mathématiques et la formation des enseignants* (pp. 21-40). Marrakech : École Normale Supérieure de Marrakech.

Booth, L. R. (1984). *Algebra : Children's Strategies and Errors*. Windsor (R-U) : National Foundation for Educational Research/Nelson.

Boudine, J.-P. (2000). *Homo Mathematicus : Les mathématiques et nous*. Paris : Vuibert.

Charbonneau, L. (2006). Histoire des mathématiques et les nouveaux programmes au Québec : un défi de taille. *L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés* : *Actes du colloque EMF*. Sherbrooke : Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke.

Fauvel, J., & Maanen, J. van. (2000). *History in mathematics education-The ICMI study.* (J. Fauvel & J. van Maanen, Eds.). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Jahnke, H. N., Arcavi, A., Barbin, E., Bekken, O., Furinghetti, F., El Idrissi, A., et al. (2000). The use of original sources in the mathematics classroom. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education-The ICMI Study* (pp. 291-328). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the « whys » and « hows » of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235-261.

Devenez la région hôte pour la session de perfectionnement de mai

Comme vous le savez sûrement, la session printanière se déplace d'année en année pour rejoindre le plus grand nombre de membres. Pour que vous puissiez recevoir la session printanière, des intervenants dans le milieu scolaire de votre région doivent former un comité local composé d'environ 6 membres. Ce comité est accompagné d'un membre du conseil d'administration tout au long du processus de préparation de la session. Cette expérience est enrichissante pour tous les membres du comité local et les frais d'inscription de la session de printemps seront offerts à moitié prix à tous les enseignants de la région hôte. N'hésitez pas à proposer votre candidature au secrétariat de l'association (grms@spg.qc.ca).

<u>Dans la candidature il faut</u> : • Le nom de la ville. • Le nom d'un cégep (de préférence) pour la tenue de la session. • Le cégep doit pouvoir founir un minimum de 4 laboratoires informatiques et 15 locaux de classe. • Il doit y avoir un auditorium pour la conférence d'ouverture et des ateliers spéciaux. • Si des résidences sont disponibles, c'est un atout. • Il doit y avoir 300 chambres disponibles dans la région réparties dans les hôtels, môtels, bed & breakfast ou autres pour accueillir les gens. • Il doit y avoir une salle de réception pour le banquet du jeudi (250 personnes).

Jouer sur les mots en mathématiques (2e partie)

Jérôme Proulx et Claudia Corriveau, Dépt. de mathématiques, Université du Québec à Montréal
proulx.jerome@uqam.ca, corriveau.claudia@courrier.uqam.ca

Introduction

Dans la première partie de cet article (paru dans le numéro 154 de *Envol*), nous avons exploré diverses façons de « parler » les concepts mathématiques, en utilisant x^2 et 2/3 comme exemples. Ce jeu sur les mots a permis de faire émerger un éventail de compréhensions différentes pour un même concept en fonction des façons de « le parler ». Dans cette deuxième partie, nous reprenons ici cette exploration avec un troisième exemple, celui de « ÷ 2 ». Par la suite, nous terminons cet article (en deux parties) avec quelques remarques et la conclusion.

Un 3e exemple : ÷ 2

Pour ce troisième exemple, celui de « ÷ 2 », nous allons pousser l'exercice un peu plus loin. Alors qu'à la vue des symboles « x^2 » et « 2/3 », plusieurs personnes peuvent adopter différentes façons de « les parler », nous supposons qu'avec « ÷ 2 » la plupart des gens s'entendent pour dire à peu près tous la même expression : divisé par deux. Existe-t-il d'autres façons d'exprimer « ÷ 2 »? Et, ces façons de dire ouvrent-elles sur des sens particuliers? Nous proposons ici d'autres façons de « parler » cette expression et tentons de comprendre leurs sens respectifs et leurs variations possibles.

÷ 2, c'est : « diviser par 2 »

Bien que nous croyions que cette expression soit utilisée spontanément par la plupart des gens, nous nous questionnons sur ce à quoi elle renvoie. D'une part, cette expression peut renvoyer à « diviser par le nombre 2 » et ainsi pointer vers le sens d'opération sur des nombres. L'accent est alors mis sur l'opération division et sur le nombre 2. D'autre part, elle semble aussi pouvoir renvoyer à l'expression « diviser par groupes de 2 », qui fait davantage appel au sens « groupement » de la division. Dans ce dernier cas, c'est l'idée de groupement qui devient centrale puisque l'opération est en quelque sorte la façon rapide de savoir combien il y a de ces groupes de deux (sans devoir les faire manuellement, par exemple). Ainsi, dans cette expression usuelle, déjà deux sens apparaissent.

÷ 2, c'est : « diviser en 2 »

Cette expression paraît, *a priori*, très proche de la précédente. En effet, un seul mot a été changé : le « par » étant devenu un « en ». Dans un sens, cette expression est nettement comparable à la première : les expressions « diviser par groupes de deux » ou « diviser en paquet de 2 » pointent effectivement vers le sens groupement décrit plus haut. Or, il se peut également qu'en utilisant cette expression, on axe plutôt sur l'idée de « diviser en deux paquets », ce qui est assez différent. L'idée ici n'est plus de comptabiliser un certain nombre de groupes de deux, mais bien de savoir la valeur de chaque paquet si on veut faire deux paquets. On est alors ici en contexte de partage, un autre sens que peut prendre la division. Bien que ces deux sens (groupement et partage) soient équivalents d'un point de vue mathématique et permettent d'obtenir le même résultat, dans le cas du groupement, il faut interpréter la réponse obtenue comme un nombre de paquets et dans le cas du partage comme une quantité obtenue dans un paquet. Cette façon de parler « ÷ 2 » dans un sens partage semble moins évidente lorsqu'on utilise l'expression « diviser par deux ».

÷ 2, c'est : « prendre la demie de … »;
« prendre la moitié de … »

Dans le même esprit que le sens « partage » expliqué ci-dessus, « prendre la demie… » et « prendre la moitié… » évoquent cette idée de partager ou de séparer une quantité en deux. Évidemment, lorsqu'il est question de prendre la moitié d'une quantité, il faut d'abord la diviser en deux. Or, dans ce cas-ci, et ce n'était pas le cas dans l'expression précédente, on s'intéresse uniquement à une seule de ces deux parties : à « la » demie. De plus, dans ces expressions, on retrouve « …la *demie* de… » et « …la *moitié* de … », qui pointent vers les notions de fraction et d'opérateur tel que nous en avons fait mention pour 2/3. Ceci dit, ÷ 2 peut justement être parlé en termes de « *la demie de* … » et « *la moitié de* … ». Diviser en deux, dans ces cas, c'est prendre la demie de quelque chose : ce qui revient à multiplier le nombre à diviser par ½. Cette expression pointe aussi vers l'idée de multiplication. Ceci s’avère assez riche, car on établit un lien entre la division et la multiplication et ceci pointe implicitement vers l’idée d’opération inverse. Ainsi, $x \div 2 = ½ \times x$. Cette expression se veut très différente des premières, plus usuelles, alors qu’elle fait intervenir le concept d’inverse multiplicatif et donc, par le fait même, celui de multiplication.

On peut aussi pousser l’idée en disant que « ÷ 2 » c’est « *le contraire de doubler* ». Le sens de la division est donné en fonction de la multiplication. Si doubler, c’est « deux fois plus », son contraire, « ÷ 2 », c’est « deux fois moins »! Alors qu’avec « la moitié de… », il est explicite que la multiplication se fait avec ½, ici, malgré le fait qu’il y ait l’expression « fois » qui renvoie explicitement à la multiplication, l’expression « fois moins » rend plus difficile la compréhension de ce qui doit être multiplié. Néanmoins, cette expression pointe vers le lien entre les deux opérations et se sert du terrain connu de la multiplication pour explorer le terrain de la division. L’idée de contraire qui est soulevé dans cette expression permet de voir que la division et la multiplication ont des effets contraires sur un même nombre.

÷ 2, c’est : « soustraire sa moitié »; « enlever la moitié »

Le sens développé ici n’est pas évident et apparaît surprenant au premier abord. Par contre, lorsqu’on dit que diviser par 2, c’est « faire *a*/2 », donc trouver « la moitié de *a* », alors on se rend compte qu’on enlève quelque chose à « *a* » et que c’est sa moitié qu’on lui enlève. On peut aussi l’interpréter autrement, c’est-à-dire qu’on conserve la moitié de « *a* ». L’intérêt de cette expression semble celle de la soustraction répétée. La réflexion est peut-être poussée un peu loin du fait que ces expressions relèvent de l’exploitation du « 2 » dans « ÷ 2 ». En effet, qu’arriverait-il avec ÷ 3? Diviser par 3 voudrait alors dire « soustraire les 2/3 », une compréhension assez surprenante, mais qui nous semble intéressante. Toutefois, n’oublions pas que l’idée de soustraction répétée est au cœur de la notion de division.

On peut aussi parler uniquement de « faire *a*/2 » ou « mettre sur 2 », qui relie l’opération de division à la fraction. En effet, ces expressions permettent de transformer la division en une fraction. On ne voit plus nécessairement la division ici, alors qu’on voit la fraction elle-même exprimée comme la division de deux nombres (de la même façon qu’avec l’idée de 2/3 travaillée sous la forme de 2 ÷ 3).

Diviser par 2, c’est : « une demie de … »; « une moitié de … »

La différence entre cette expression et les expressions « la demie de… » ou « la moitié de… » est subtile, mais vaut la peine d’être soulignée. Ici, en fait, on ne parle pas de « la » moitié de quelque chose, mais bien « d’une » des moitiés de quelque chose. On signale alors qu’il y en a d’autres qui ne sont pas prises en compte; ce que l’expression « la moitié de » ne soulignait pas vraiment. Telle que mentionnée, la différence est subtile, mais tout de même présente et elle fait apparaître autre chose au niveau de ce qu’il se passe dans la division par 2 : on en veut une des deux moitiés. La même chose se dirait pour le quart (ou le tiers, etc.), alors qu’on peut vouloir le quart de quelque chose ou un des quarts de quelque chose, se centrant alors sur *un* des quarts.

Ainsi, les diverses expressions pour désigner une opération familière comme la division montrent tout le potentiel qu’il y a à s’amuser à jouer avec ces mêmes expressions pour donner divers sens au concept. On voit bien dans les trois exemples d’exponentiation, de fraction et de division que ces sens sont bien particuliers et spécifiques au concept lui-même et qu’ils n’ouvrent pas tous vers les mêmes idées : certains ouvrent, par exemple avec exponentiation, sur des changements de cadres (géométrie, algèbre, etc.), alors que d’autres, comme les fractions, ouvrent sur des changements conceptuels importants dans la notion elle-même (rapport, taux, opération, partie, nombre, etc.). Chaque concept réfère donc à différentes entrées sur le concept lui-même.

Discussions et remarques

Les trois exemples illustrés à travers les deux parties de l’article, soit x^2, 2/3 et ÷ 2, font tous intervenir le nombre 2. Il est alors possible et tentant de se demander en quoi l’utilisation du nombre 2 a influencé ces jeux de langage. En effet, le nombre 2 offre une flexibilité intéressante pour naviguer à travers les expressions possibles et les sens avancés par ces expressions (ce que le nombre 57 n’offre peut-être pas). Il y a en effet un vocable particulier relié au nombre deux : doubler lorsqu’il est question de multiplier par 2; moitié ou demie en lien avec la division (ou la fraction); carré lorsqu’il est question d’exponentiation; etc. Il y a ici une richesse particulière autour de ce nombre.

Par contre, dans le cas de plusieurs des exemples cités, les idées s'adaptent à d'autres nombres et un travail analogue pourrait être fait avec 3, 4, 5 ou 10, par exemple. C'est donc la combinaison des expressions et des nombres utilisés qui rend le jeu possible et qui lui donne son sens. Un défi intéressant serait sans doute de tenter de scruter les sens possibles inhérents à des nombres comme 7, 57, 103, etc., pour différents concepts. Il va de soi que de nouveaux sens pourraient émerger.

Toutefois, indépendamment des nombres utilisés, ce qui nous apparaît intéressant est la flexibilité que le concept lui-même offre. On voit donc que les concepts d'exponentiation, de fraction et de division – des concepts paraissant, à première vue, simples – ouvrent vers une richesse de sens impressionnante. Et ces concepts d'exponentiation, de fraction et de division, très riches en soi, ne sont pas des exceptions. Divers concepts pourraient être analysés en ce sens. Regardons, à titre d'exemples, d'autres concepts pour lesquels les expressions couramment utilisées pour les désigner pointent vers différents sens :

- *Addition et soustraction* : La notion d'addition a aussi plusieurs sens, alors qu'elle peut être vue comme une idée de grouper des quantités, de mettre ensemble, d'ajouter, d'augmenter, de comparer. Plusieurs expressions y sont aussi associées : « plus », « ajouter », « et », « faire la somme », « augmenter », « allonger » (dans le cas de longueur), etc. De la même manière, la notion de soustraction peut elle aussi « être parlée » de différentes façons : « soustraire », « enlever », « faire la différence entre », « retrancher », « raccourcir », « moins », « diminuer », « sauf », etc.

- *Signe d'égalité* : Le symbole d'égalité peut être exprimé de plusieurs façons et renvoie lui aussi à des conceptions bien différentes. Par exemple, avec l'expression 6 + 7 = 13 on peut dire « 6 et 7 donne 13 », ce qui annonce un résultat alors que l'expression « 6 plus 7 vaut 13 » met plutôt en évidence la relation d'équivalence. La manière d'exprimer le symbole d'égalité semble de plus façonnée par le contexte : en arithmétique, c'est l'atteinte d'un résultat (« donne », « égale », etc.); en algèbre, l'accent est mis sur l'équivalence entre les expressions (« équivaut à », « revient à », etc.); en calcul différentiel, avec les limites, on dira entre autres que la limite de la fonction *f*, quand *x* tend vers l'infini, *est* 0 $\left(\lim_{x\to\infty} f(x)=0\right)$ [1], ce qui est ici aussi un sens différent qui fait référence à un « état » davantage qu'à une « équivalence »; avec les vecteurs, lorsque deux vecteurs sont égaux $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$, on dira alors que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ « *c'est le même* » vecteur que le vecteur $\overrightarrow{CD}$.

Conclusion

Ceci conclut les deux parties de cet article. L'idée de s'attarder sur les différents sens offerts par les diverses façons de *parler* d'un concept mathématique nous est venue suite à nos observations *ad hoc* ou planifiées de pratiques d'enseignants (en service ou en formation) – soit par des supervisions de stage, des recherches, des collaborations, etc. C'est à partir de cette richesse déjà présente dans les classes de mathématiques que nous avons voulu discuter et mettre de l'avant plusieurs façons de « parler » les concepts mathématiques; évidemment, en les décortiquant à notre façon. Ces diverses manières d'exprimer les concepts, il nous semble, permettent de diriger l'attention vers quelque chose de particulier, dans une idée de les faire comprendre autrement ou d'ajouter de nouvelles couches d'interprétations possibles. Ce jeu offre, selon nous, la possibilité de travailler les mathématiques autrement, c'est-à-dire de façon stimulante, dépendante de ceux qui les font et « les parlent » et de la manière dont ils les font et « les parlent », offrant par le fait même une belle richesse d'interprétations et de compréhensions des concepts mathématiques à l'étude. On peut difficilement en demander plus!

Références

Proulx, J., et Corriveau, C. (2011). *Jouer sur les mots en mathématiques*. Partie 1. Envol, #154, pp.27-31.

[1] On entendra même parfois « tend vers 0 ».

MOTS CROISÉS
Commençons par la lettre D

Création de Nadine Martin, Édifice Marchand à St-Jérôme
martinn@edu.csrdn.qc.ca

Horizontal

1- Résultat d'une soustraction.

2- Deuxième position à gauche de la virgule.

3- Diagramme qui représente un tout.

4- Longueur d'un segment de droite.

5- Unité de mesure pour les angles.

6- Plus longue corde d'un cercle.

7- Unité de mesure qui correspond à 10 cm.

8- Première position à droite de la virgule.

9- Qui suis-je? A B

10- Largeur, longueur ou hauteur.

11- Du plus grand au plus petit.

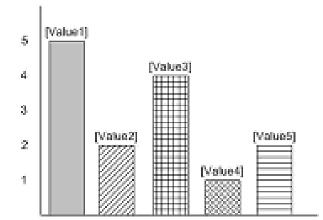
12- Nombre situé sous la barre de la fraction.

13- Joins deux sommets non consécutifs.

14- Opération effectuée sur le nombre 36 dans : 36 = 2 × 2 × 3 × 3.

Vertical

1- Nom donné à ce type de graphique :



2- Opération suivante : 2 × (3 + 4) = 2 × 3 + 2 × 4 .

3- Nom donné à ce nombre : 2,32.

4- Opération dont le quotient est le résultat.

5- Nom donné au nombre 27 dans l'opération : 27 ÷ 3 = 9?

6- Nom donné au nombre 3 dans l'opération : 27 ÷ 3 = 9?

7- Qui suis-je? A B

8- Région composée d'un cercle et de la partie intérieure du cercle.

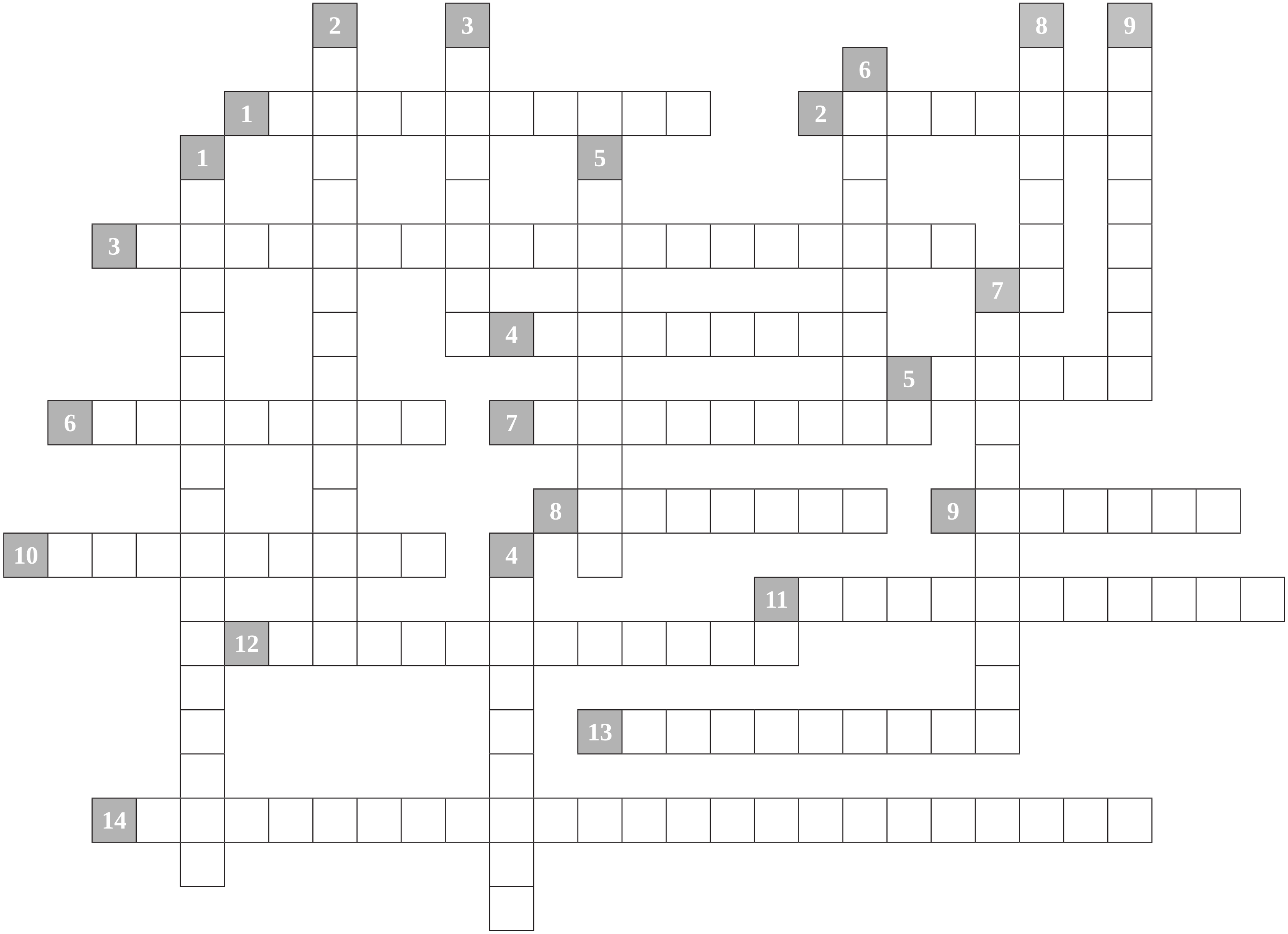
9- Polygone à dix côtés.

Solutions à la page 28.

Cette page peut être reproduite pour utilisation dans votre classe!

MOTS CROISÉS -Commençons avec la lettre D

Création de Nadine Martin



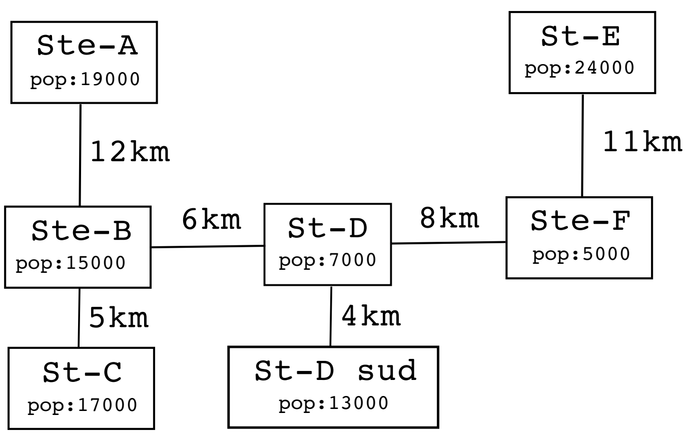
Cette page peut être reproduite pour utilisation dans votre classe!

Les systèmes électoraux : le vote unique transférable

Claude Tardif, Collège militaire royal du Canada
Claude.Tardif@rmc.ca

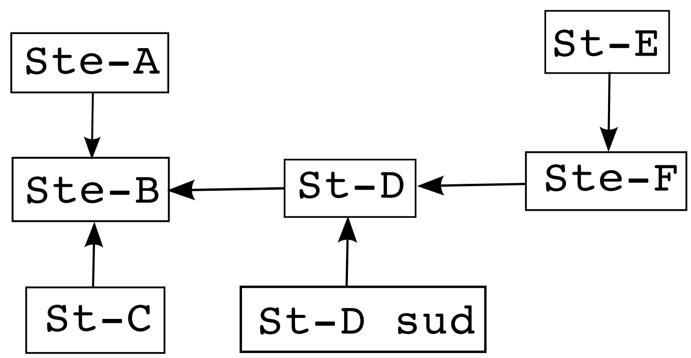
1. Un problème de location

Supposons qu'on doive construire un hôpital devant desservir les sept villes représentées dans la figure suivante. Dans quelle ville devrait-on le placer? Il est intéressant de poser la question à ses étudiants avant même de parler de critères mathématiques déterminant un bon choix, pour voir comment leurs réponses et leurs justifications varient.



Même en présence de critères mathématiques, on obtient plus d'une réponse : Le « mode », c'est-à-dire la ville la plus peuplée, est St-E. C'est là que l'hôpital serait au milieu du plus grand nombre de personnes. Par contre, c'est aussi la ville qui est la plus éloignée de plusieurs autres villes assez peuplées. Le « centre », qui minimise la distance maximale aux autres villes, est St-D, à au plus 19 km de toute autre ville. Qu'est-ce qui vaut mieux, le mode ou le centre?

Comme troisième option, il y a la « médiane », qui minimise la moyenne des distances pour s'y rendre. À priori, le calcul semble ardu puisqu'on doit pondérer par la population des sept villes. Par contre, lorsque le réseau routier est un arbre comme dans notre exemple, on peut simplifier le calcul de beaucoup. Par exemple, en déplaçant l'hôpital de St-E à Ste-F, on l'éloigne de 11 km pour les habitants de St-E, soit 24 000 personnes, mais on le rapproche d'autant (11 km) pour tous les autres, soit 76 000 personnes. L'impact global est donc une diminution de la distance moyenne, qu'on symbolise par une flèche de St-E à Ste-F. En répétant cet argument avec toutes les routes de la figure, on obtient le graphe orienté de la figure suivante, qui permet de conclure que c'est Ste-B qui minimise la distance moyenne.



Avec ces trois critères, on obtient déjà troix choix différents. Notons que notre exemple est très étalé, avec plus de population en périphérie qu'au centre. Il n'est donc pas étonnant qu'il soit difficile de trouver un bon endroit où placer une ressource commune. Dans ce contexte, les maths ne servent pas à imposer une location définitive, mais plutôt à apprécier les critères qui peuvent motiver tel ou tel choix. Comme exercice, on peut refaire les calculs en modifiant la population des villes, les distances et la forme du réseau routier, mais aussi se demander si la pertinence de certains critères varie si on remplace l'hôpital par une autre ressource, par exemple la bibliothèque, le IKEA, l'incinérateur de déchets toxiques ou le temple de la renommée du softball canadien.

2. Une approche démocratique

Pourquoi ne pas plutôt laisser la population voter pour l'emplacement de l'hôpital? C'est vite dit; on verra que le résultat dépend alors du type de scrutin employé. Le scrutin à la pluralité vient d'abord à l'idée. On suppose que les sept villes soient en lice, que tous les citoyens votent, et qu'ils votent pour leur propre ville. C'est alors la ville la plus peuplée, soit St-E, qui l'emporte. L'approche démocratique avec le scrutin à la pluralité correspond en effet au choix du mode comme emplacement.

On obtient un résultat différent en variant le mode de scrutin. Par exemple avec un système à deux tours comme en France, les deux villes qui ont obtenu le plus de votes s'affrontent aux deuxième tour. Dans notre exemple ce sont Ste-A et St-E. On peut supposer que les habitants des autres villes votent pour la location la plus près d'eux. Les habitants de St-E et Ste-F vont donc voter pour St-E, mais tous les autres vont voter pour Ste-A. C'est donc Ste-A qui l'emportera par 71 000 voix contre 29 000.

Le vote par élimination donne encore une autre réponse : supposons que les électeurs rangent les villes par ordre de préférence, de la plus rapprochée à la plus éloignée. Le décompte se déroulera comme suit :

- Au premier tour, Ste-F sera éliminée, et ses 5 000 votes seront transférés à St-D.
- Au deuxième tour, St-D sera éliminée, les 7 000 votes des habitants de St-D seront transférés vers St-D sud, et les 5 000 votes des habitants de Ste-F seront transférés vers St-E.
- Au troisième tour et quatrième tour, Ste-B et Ste-A seront successivement éliminées, et leurs votes seront transférés à St-C.
- St-C aura alors 51 000 votes, soit plus de la moitié, et sera déclarée élue.

Les trois modes de scrutin ci-haut sont dit « majoritaires ». Comme on le constate, lorsque la population est très étalée, ces systèmes favorisent la périphérie au détriment du centre. Les systèmes « consensuels » comme le scrutin de Borda ou de Condorcet favorisent les locations plus centrales. Le scrutin de Condorcet donne pour gagnante la ville qui l'emporterait contre n'importe quelle autre ville dans une élection à deux candidats. Lorsque le réseau routier est un arbre, le gagnant de Condorcet correspond toujours à la médiane, soit Ste-B dans notre exemple. Le scrutin de Borda favorise les positions centrales, sans nécessairement donner la victoire au centre : chaque électeur accorde six points à son premier choix, cinq à son deuxième, et ainsi de suite jusqu'au septième choix qui n'a aucun point. On peut vérifier que dans notre exemple, St-D est le gagnant de Borda avec 413 000 points battant de justesse Ste-B. Le tableau suivant résume ces différents choix, leurs populations, et les distances moyennes et maximales aux autres villes.

srutin	*gagnant*	*pop.*	*dist.moy.*	*dist.max.*
pluralité	St-E	24 000	20,75 km	37 km
deux tours	Ste-A	19 000	18,99 km	37 km
élimination	St-C	17 000	14,85 km	30 km
Condorcet	Ste-B	15 000	11,55 km	25 km
Borda	St-D	7 000	11,67 km	19 km

En général, on peut s'attendre à un peu plus de concordance entre les systèmes électoraux. L'exemple était construit pour illustrer leurs différences. On remarque qu'avec les mises en situation géométriques de ce type, le bulletin préférentiel est implicite, et on peut en illustrer le dépouillement sans avoir recours à une longue liste de données. Aussi, ce dépouillement est dynamique, et peut-être plus intuitif. De façon plus abstraite, les débats politiques s'apparentent aussi à un système de proximités et d'écarts entre diverses idéologies et cultures.

3. Deux hôpitaux

Qu'arrive-t-il si on construit deux hôpitaux et qu'on laisse la population décider démocratiquement de leur emplacement? Considérons trois modes de scrutin :

Mode 1 : Le scrutin à la pluralité où chaque électeur choisit une seule location. Les deux locations avec le plus grand nombre de votes l'emportent. Ce sont donc les deux villes les plus peuplées, Ste-A et St-E, qui l'emportent.

Mode 2 : Le scrutin à la pluralité où chaque électeur choisit ses deux locations préférées. Les deux locations avec le plus grand nombre de votes l'emportent. Dans notre exemple, la première position va à Ste-B, qui reçoit le deuxième vote des habitants de Ste-A et de St-C, en plus du vote de ses propreshabitants. La deuxième place va à St-C, recevant le deuxième vote des habitants de Ste-B en plus du vote de ses propres habitants.

Mode 3 : Le scrutin par élimination. Lors du décompte, on élimine successivement les villes jusqu'à ce qu'il n'en reste que deux. Dans notre exemple, ce seront donc St-C et St-E qui l'emporteront.

On note que le Mode 2 semble donner un résultat qui faillit à l'objectif de disperser les hôpitaux pour les rendre plus accessibles à la population. Le mode de scrutin explique ce résultat : dans les 51 000 votes de Ste-B, on compte les 15 000 votes des habitants de Ste-B et les 17 000 votes des habitants de St-C. Or, les habitants de Ste-B votent aussi pour St-C, ce qui donne la deuxième place à St-C. En gros, ce mode de scrutin accorde donc leurs deux premiers choix aux habitants de Ste-B et St-C, sans tenir compte du vote des autres.

Les deux autres modes de scrutin utilisent un vote unique où chaque électeur ne peut influencer qu'une seule location. Avec le scrutin à la pluralité, le vote des habitants de Ste-A ne compte que pour l'élection de Ste-A, et le vote des habitants de St-E ne compte que pour l'élection de St-E. Par chance, ces deux villes sont assez éloignées l'une de l'autre. Le reste de la population est donc relativement bien servi par ce résultat, bien que son vote n'ait eu aucune influence sur celui-ci. Dans le cas du scrutin par élimination, le vote est unique et transférable : l'élection de St-C prend en considération le premier choix des habitants de St-C, le deuxième choix des habitants de Ste-B et le troisième choix des habitants de Ste-A, et l'élection de St-E prend en considération le premier choix des habitants de St-E et le troisième choix des habitants de Ste-F.

Le Mode 2, appelé « vote par bloc », est l'ancêtre du scrutin uninominal à un tour employé au Canada. Petit à petit, les circonscriptions à plusieurs représentants se sont scindées en circonscriptions plus petites à représentant unique. Au fédéral, les dernières circonscriptions à plusieurs représentants ont disparu dans les années soixante. Le vote par bloc est encore employé dans certaines élections municipales, à Vancouver et à Niagara Falls par exemple. Dans d'autres municipalités, il sert à l'élection de membres de commissions scolaires. Le Mode 1 est le « vote unique non-transférable ». Il sert aux élections gouvernementales dans certains pays, dont l'Afghanistan. Le Mode 3 est une variante du « vote unique transférable », dont nous présenterons le mécanisme plus en détail.

4. Le vote unique transférable

Tel que conçu par Thomas Hare, le vote unique transférable modélise la situation suivante : supposons une élection à la petite école, où les élèves doivent élire trois représentants. Les candidats se tiennent au devant du gymnase, et les autres élèves doivent se mettre en rang devant le candidat de leur choix. Les trois candidats ayant le plus d'élèves devant eux sont élus.

Au départ, ça ressemble au vote unique non transférable, sauf que les électeurs peuvent employer les stratégies suivantes :

A : S'ils voient que leur candidat préféré a trop peu de votes et n'a aucune chance de se faire élire, alors ils peuvent se mettre en rang devant un autre de leurs favoris pour lui donner de meilleures chances.

B : S'ils voient que leur candidate préférée a tellement de votes qu'elle est certaine d'être élue, ils peuvent changer de file pour essayer de faire élire un autre de leurs candidats préférés.

La stratégie A est la règle habituelle du vote par élimination, selon laquelle les votes d'un candidat éliminé sont transférés à la prochaine préférence exprimée sur le bulletin. La stratégie B correspond à une règle qui s'applique lorsqu'il y a plus d'un candidat à faire élire. Notons qu'avec le vote par élimination dans l'exemple de la section précédente, l'hôpital à St-C est le plus près de 71 000 habitants, et celui à St-E est le plus près de 29 000 habitants. Il serait donc logique de construire un hôpital plus gros à St-C qu'à St-E. Si on est forcé de construire deux hôpitaux de la même grosseur, alors le choix de l'emplacement du deuxième hôpital devrait prendre en considération les votes de tous ceux qui l'utiliseront, même ceux qui auraient préféré utiliser l'hôpital à St-C.

Dans une assemblée représentative, les représentants sont tous égaux, ce qui rend désirable la prise en considération de la stratégie B. En pratique, pour faire élire un certain nombre n de membres, on détermine un quota Q de votes nécessaires pour qu'un candidat soit élu. Ce quota dépendra du nombre M d'électeurs, et les deux valeurs $Q = M \div n$ et $Q = [M \div (n + 1)] + 1$ semblent naturelles. La première valeur tient compte du fait qu'idéalement, chaque représentant représente $M \div n$ électeurs, et la deuxième est la plus petite valeur qui ne puisse être atteinte par plus de n candidats. Historiquement, les deux valeurs ont été employées comme quota, mais de nos jours, la deuxième valeur est préférée.

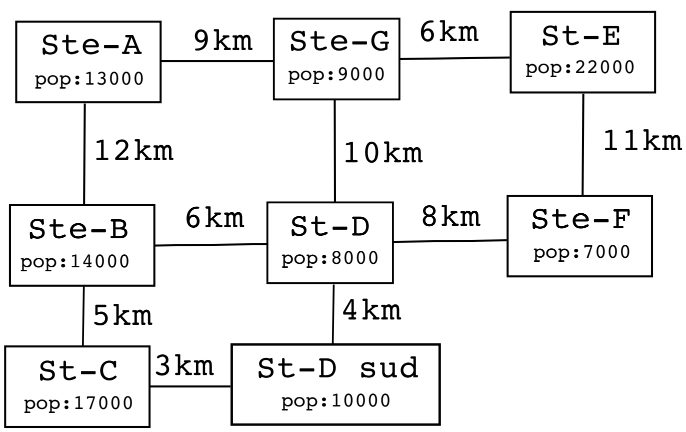
L'exemple suivant illustre le décompte du vote unique transférable. Les habitants des huit villes doivent faire élire trois représentants qui vont gérer collectivement l'emplacement des hôpitaux, bibliothèques, piscines, ... Un candidat de chaque ville est proposé, et chaque électeur souhaite faire élire un représentant de la ville la plus près possible.

Avec 3 représentants et 100 000 électeurs le quota est établi à $Q = [100\,000 \div (3 + 1)] + 1 = 25\,001$ votes pour être élu, et le décompte se déroule comme suit :

Étape 1 : Ste-F est d'abord éliminée, et ses votes sont transférés à la prochaine préférence de ses habitants, soit St-D.

Étape 2 : Les votes des habitants de Ste-F sauvent donc St-D, et c'est Ste-G qui est éliminée. Ses votes sont transférés à St-E.

Étape 3 : Avec 31 000 votes, St-E est alors élue. Elle conserve 25 001 votes, et les 5 999 votes supplémentaires sont transférés.



Ici, la question se pose: quels votes sont transférés? Ceux des habitants de St-E ou de Ste-G? Si Ste-F était toujours en lice, la distinction serait importante. En effet, les habitants de Ste-G ont Ste-A comme prochaine préférence, alors que les habitants de St-E préfèrent Ste-F à Ste-A. Mais puisque Ste-F est éliminée, Ste-A est la prochaine préférence en lice des habitants de Ste-G et de Ste-E, ce qui résoud le problème. Les 5 999 votes supplémentaires sont donc transférés à Ste-A.

Étape 4 : St-D sud est alors éliminée, et ses votes sont transférés à St-C.

Étape 5 : Avec 27 000 votes, St-C est alors élue. Elle conserve 25 001 votes, et ses 1 999 votes supplémentaires devront être transférés.

Les villes encore en lice sont Ste-A, Ste-B et St-D, avec respectivement 18 999, 14 000, 15 000 votes. Les 1 999 votes transférés de St-C vont aller vers Ste-B ou St-D et sauver une de ces villes alors que l'autre sera éliminée. Or les habitants de St-C préfèrent Ste-B à St-D, alors que c'est l'inverse pour les habitants de St-D sud. Le choix des votes à transférer est donc primordial. Selon les méthodes traditionnelles, les votes à transférer sont pris au hasard dans les votes du candidat élu. Les méthodes modernes utilisent l'ordinateur pour plutôt transférer une fraction de chaque vote du candidat élu. Les deux méthodes sont essentiellement équivalentes selon la loi des grands nombres. Sous le nom de « loi de la moyenne », cette loi est souvent employée par les journalistes sportifs pour faire dire n'importe quoi aux chiffres. Ici, elle sert plutôt à unifier les méthodes : si on pige au hasard 1 999 votes de trop dans la pile de 27 000 votes pour St-C, on peut s'attendre à recueillir $10\,000 \div 27\,000 \times 1\,999 = 740{,}37$ votes des habitants de St-D sud et $17\,000 \div 27\,000 \times 1\,999 = 1\,258{,}63$ votes des habitants de Ste-C. On arrondit vers le haut la plus grosse fraction et vers le bas la plus petite, et on transfère donc 740 votes à St-D et 1 259 votes à St-C.

Étape 6 : St-D, avec 15 740 votes, bat de justesse Ste-B, qui a 15 259 votes. Donc Ste-B est éliminée, et ses votes sont transférés.

Étape 7 : Les votes de Ste-B, qu'ils proviennent des habitants de Ste-B ou de ceux de St-C, vont tous vers St-D. St-D se retrouve donc alors avec 30 999 votes, et est la dernière élue.

Les trois représentants élus sont donc ceux de St-C, St-D et St-E. Comme exercice, on peut modifier l'exemple puis refaire les calculs. On peut aussi garder l'exemple tel quel, mais modifier le nombre de représentants : avec deux représentants, le quota est 33 334 et les deux élus sont Ste-B et St-E. Avec quatre représentants, le quota est 20 001 et les quatre élus sont Ste-A, Ste-B, St-C et St-E.

5. Le vote unique transférable dans le monde

Le vote unique transférable est considéré comme une forme de représentation proportionnelle. Mais puisqu'il permet à des candidats indépendants de concourir à chances égales contre des candidats affiliés à des partis politiques, il est particulièrement bien adapté au contexte d'élections municipales. Il est utilisé à cet effet à plusieurs endroits, notamment en écosse et en Nouvelle-Zélande. Pendant la première moitié du vingtième siècle, il fut aussi utilisé dans une vingtaine de villes des états-Unis, où il a permis à des minorités ethniques d'être représentées pour la première fois au conseil municipal.

Dans l'exemple de la section précédente, les petites villes comme St-D, Ste-F et Ste-G s'apparentent à des minorités ethniques. Avec le scrutin à la pluralité, leur vote peut être dilué s'il est réparti dans plusieurs circonscriptions, mais le vote unique transférable leur permet de tirer profit d'affinités communes. à New York, Cincinnati, Hamilton et Toledo, les premiers conseillers noirs furent élus à l'époque où ces villes utilisaient le vote unique transférable. Ce fut le cas aussi pour les catholiques irlandais de la ville d'Ashtabula. Par contre, les catholiques italiens de cette ville étaient regroupés dans un même district, et avaient déjà été représentés au conseil municipal lorsque le scrutin à la pluralité était utilisé.

Cette représentation des minorités ne plaisait pas à tous. Il y eut plusieurs campagnes référendaires pour revenir au scrutin à la pluralité. à Cincinnati, des référendums à cet effet eurent lieu en 1936, 1939, 1947, 1954, et 1957. La campagne référendaire de 1957, qui réussit à faire abolir le vote unique transférable, jouait sur la peur de la majorié blanche d'avoir un jour un maire noir. Seule la ville de Cambridge Massachussets a conservé le vote unique transférable jusqu'à nos jours. Dans plusieurs villes, la représentation des minorités a décru de beaucoup dès le retour au scrutin à la pluralité, mais pour certains, ce premier accès à la vie publique a pu servir de tremplin à une participation politique accrue. Par exemple, Adam Clayton Powell, élu en 1941 comme premier conseiller noir de la ville de New-York, fut ensuite élu au congrès en 1944[1].

Certains pays, dont l'Irlande et l'Australie, utilisent le vote unique transférable pour les élections nationales. L'assemblée des citoyens de Colombie Britannique a aussi proposé le vote unique transférable au niveau provincial dans cette province, mais deux référendums visant à faire approuver cette proposition ont échoué. En Australie, on utilise le vote par élimination pour la chambre des représentants, et le vote unique transférable pour le sénat. Ce pays permet donc d'observer l'impact du système électoral sur la représentation des femmes au gouvernement : 35% de femmes au sénat contre 25% à la chambre des représentants. En général, les femmes sont mieux représentées dans les pays utilisant une forme de représentation proportionnelle. Mais comme cette représentation dépend de plusieurs facteurs culturels, il est intéressant de pouvoir observer les résultats de deux systèmes électoraux au sein d'une même culture. Au chapitre de la représentation des femmes, le Canada est loin derrière, au 52e rang.

En Irlande, la dernière élection générale s'est déroulée le 25 février dernier. Elle illustre l'aspect stratégique du vote unique transférable. Le parti « Fianna Fáil » avait toujours été un des deux principaux partis d'Irlande, ayant formé la majeure partie des gouvernements, seul ou en coalition. Mais récemment, il s'est rendu très impopulaire à cause de mesures prises pendant la récession. Aussi, les partisans des autres partis ont généralement classé le Fianna Fáil très bas dans leur liste de préférence. La représentation de ce parti a alors chuté de 77 représentants sur 166 qu'elle était en 2007, à seulement 20 en 2011, avec 17% des votes de première préférence. Au Canada, on observe l'effet contraire avec la « division du vote » qui a miné la représentation de la droite lorsque le Parti Progressiste-Conservateur et le Reform Party coexistaient, et qui mine aujourd'hui la représentation de la gauche divisée entre le Nouveau Parti Démocratique et le Parti Vert. Cette division du vote permet parfois à un parti adverse de se faufiler. On entend de plus en plus parler des possibilités de vote stratégique qu'offre l'internet, mais il faut aussi être conscient des alternatives au scrutin à la pluralité.

[1] Les informations sur l'histoire du vote unique transférable aux états-Unis sont tirées en partie de Kathleen L. Barber, Proportional Representation and Election Reform in Ohio (Columbus : Ohio State University Press, 1995), et de Douglas J. Amy, A Brief History of Proportional Representation in the United States, http://archive.fairvote.org/?page=647

LA SEULE COLLECTION COMPLÈTE EN MATHÉMATIQUES POUR TOUTES LES OPTIONS DE LA 1re À LA 5e SECONDAIRE

1er CYCLE

1re secondaire • TOME 1

2e secondaire • TOME 2

2e CYCLE

3e secondaire
MATH 306

4e secondaire
Séquence SCIENCES NATURELLES
Séquence TECHNICO-SCIENCES
Séquence CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE

5e secondaire
Séquence SCIENCES NATURELLES
Séquence TECHNICO-SCIENCES
Séquence CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE

↓ VERSION ANGLAISE ↓

CYCLE ONE

Secondary 1 • BOOK 1
translator *Enikö Kiefer*

Secondary 2 • BOOK 2
Translator *Doug Neal*

CYCLE TWO

Secondary 3
MATH 306

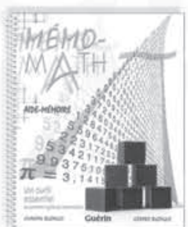
Secondary 4
SCIENCE Option
TECHNICAL AND SCIENTIFIC Option
CULTURAL, SOCIAL AND TECHNICAL Option

Translator *Doug Neal*

Secondary 5
SCIENCE Option
TECHNICAL AND SCIENTIFIC Option
CULTURAL, SOCIAL AND TECHNICAL Option

Translators *Doug Neal* and *Jean Guérin*

1er CYCLE



1er cycle du secondaire
MÉMO-MATH
AIDE-MÉMOIRE

2e cycle du secondaire
MÉMO-MATH
AIDE-MÉMOIRE

VERSION ANGLAISE
Cycle one Translated by Doug Neal
MEMO-MATH *MEMORY AID*

Cycle two Translated by Doug Neal and Jean Guérin
MEMO-MATH *MEMORY AID*

Mathématiques Mathematics 3000

Chantal **Buzaglo** • Gérard **Buzaglo**

Passerelles

Ces cahiers permettent aux élèves de changer de séquence de la 4e à la 5e secondaire.

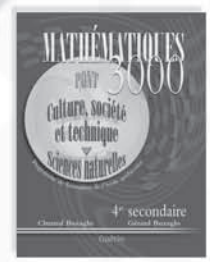
Translator *Doug Neal*

Le contenu de formation couvert par chaque cahier vise à rendre l'élève apte à poursuivre son apprentissage de manière autonome comme souhaité par le **Programme de formation de l'école québécoise**.

Chaque cahier se clôture par la section Révision permettant à l'élève de passer en revue toutes les sections de la *Passerelle*.

La section Corrigé, à la fin de chaque cahier, donne enfin les réponses de toutes les activités et de tous les exercices.

Pont



4e secondaire
CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE
vers
TECHNICO-SCIENCES

4e secondaire
TECHNICO-SCIENCES
vers
SCIENCES NATURELLES

4e secondaire
TECHNICO-SCIENCES
vers
CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE

4e secondaire
SCIENCES NATURELLES
vers
CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE

4e secondaire
SCIENCES NATURELLES
vers
TECHNICO-SCIENCES

4e secondaire
CULTURE, SOCIÉTÉ ET TECHNIQUE
vers
SCIENCES NATURELLES

Paths

↓ VERSION ANGLAISE ↓

Bridge

Secondary 4
CULTURAL, SOCIAL AND TECHNICAL OPTION
to the
TECHNICAL AND SCIENTIFIC OPTION

Secondary 4
TECHNICAL AND SCIENTIFIC OPTION
to the
SCIENCE OPTION

Secondary 4
TECHNICAL AND SCIENTIFIC OPTION
to the
CULTURAL, SOCIAL AND TECHNICAL OPTION

Secondary 4
SCIENCE OPTION
to the
CULTURAL, SOCIAL AND TECHNICAL OPTION

Secondary 4
SCIENCE OPTION
to the
TECHNICAL AND SCIENTIFIC OPTION

Secondary 4
CULTURAL, SOCIAL and TECHNICAL Option
to the
SCIENCE Option

Guérin

4501, rue Drolet, Montréal (Québec) H2T 2G2 Canada • Téléphone: 514 842-3481 • Télécopie: 514 842-4923
Courriel: francel@guerin-editeur.qc.ca • www.guerin-editeur.qc.ca

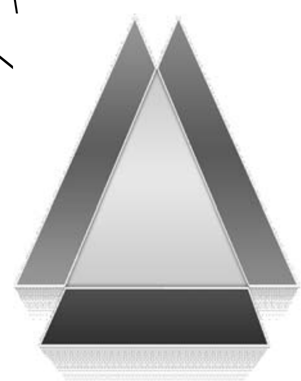
Des vertes et des pas mûres

Michel Warisse, retraité de l'enseignement
pi2000.mw@videotron.ca

Les perles suivantes pourraient provenir de bien des niveaux d'enseignement, je vous assure qu'elles sont authentiques. Je vous laisse le choix de deviner la source. Ne vous en faites donc pas trop lorsque vous corrigerez vos examens! À suivre. ☺

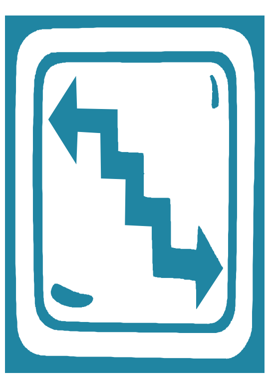
Lors de l'activité, les élèves devront découvrir que la somme intérieure des angles d'un triangle est toujours égale à 180°.

Les élèves doivent apprendre que les cas A-A et C-C donneront des triangles similaires et les cas C-C-C, A-A-A et C-A-C donneront des triangles isométriques.



Ayant déjà la mesure de l'aire, il faut donc isoler la variable de la base.

Le problème est en centimètres. Dans la vraie vie, les escaliers sont en mètres.



Demander aux élèves quelle est la mesure de l'angle d'un cercle. Est-ce le même que pour l'octogone ?

Solutions des petits problèmes au quotidien

Chanie O'Keefe, enseignante
Commission scolaire de la Capitale
chanie_o@hotmail.com

Problèmes à la page 7

1. 7

Un total de dix résultats est possible : {2,2,2}, {2,2,4}, {2,2,6}, {2,4,4}, {2,4,6} {2,6,6}, {2,6,6}, {4,4,4}, {4,4,6}, {4,6,6} et {6,6,6}. Les sommes obtenues sont respectivement 6, 8, 10, 10, 12, 14, 12, 14, 16 et 18. Il y a donc seulement 7 sommes différentes.

2.

Chacun des nombres peut être représenté de la façon suivante :

$$1 + 2 + 3 + 4 - 5 + 6 + 7 - 8 - 9 = 1$$
$$1 \times 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 7 - 8 - 9 = 2$$
$$1 + 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 7 - 8 - 9 = 3$$
$$1 \times 2 - 3 + 4 + 5 + 6 + 7 - 8 - 9 = 4$$
$$1 + 2 - 3 + 4 + 5 + 6 + 7 - 8 - 9 = 5$$
$$1 \times 2 - 3 + 4 + 5 + 6 - 7 + 8 - 9 = 6$$
$$1 - 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 - 8 - 9 = 7$$
$$1 \times 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 = 8$$
$$1 - 2 + 3 + 4 + 5 + 6 - 7 + 8 - 9 = 9$$

Attention, ces solutions ne sont pas uniques.

3. Il y a 4 garçons et 3 filles

Chaque garçon a 3 frères et 3 sœurs. Chaque fille a 2 sœurs et 4 frères. On peut trouver la réponse en résolvant le système d'équation suivant : $2(f - 1) = g$ et $g - 1 = f$ où f est le nombre de filles et g le nombre de garçons.

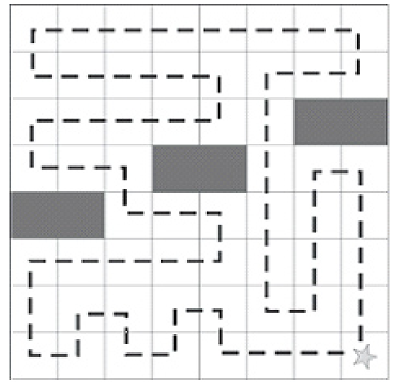
4. 50 secondes

Il y a deux étages entre le premier et le troisième étage. L'homme prend donc 10 secondes pour monter d'un étage. Il y a 5 étages entre le premier et le sixième. Donc, l'homme prendra 50 secondes.

5.

Plusieurs routes peuvent satisfaire le problème.

Une des routes possibles est présentée ci-contre :



6. 11

Les seuls entiers qui ont un nombre impair de facteurs distincts sont les carrés parfaits. Les nombres que nous cherchons ont nécessairement 1 et le nombre lui-même comme facteur. Le facteur restant doit donc être la racine carrée du nombre. De plus, cette racine carrée doit être un nombre premier. Ainsi, les seuls nombres possibles sont de la forme $1 < p^2 < 1\,000$ où p est premier. Les 11 valeurs possibles de p sont : 2, 3, 5, 11, 13, 17, 19, 23, 29 et 31.

7. 18 cm

L'aire du ΔABH égale la moitié de l'aire du rectangle *AEBH*. Par contre, ΔABH et le rectangle *ABCD* on la même base $\overline{AB}$ et la même hauteur $\overline{BC}$. On peut donc conclure que l'aire du rectangle *AEBH* et l'aire du rectangle *ABCD* est de 18 cm.

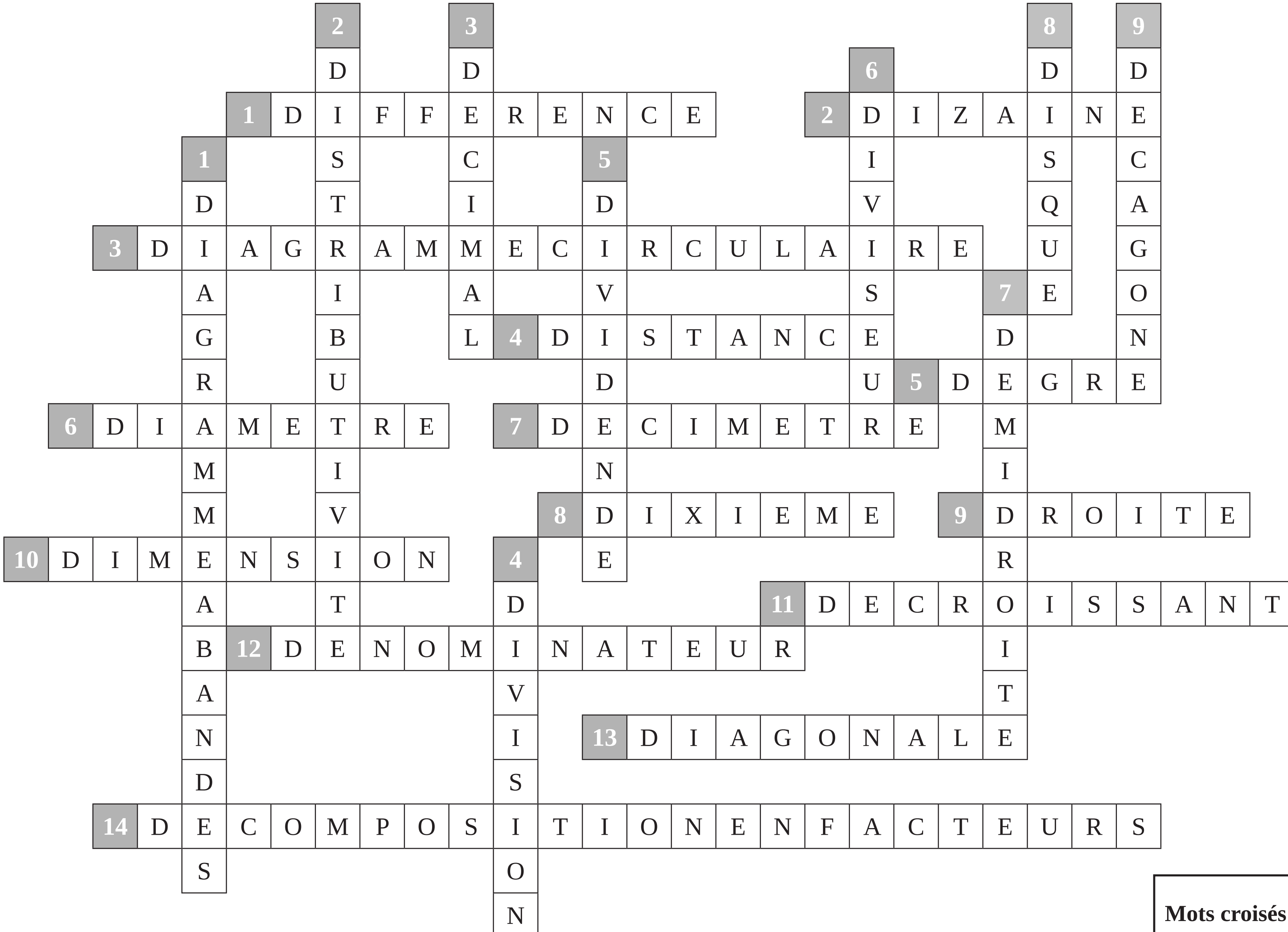
8. 240º

Selon le théorème de l'angle au point intérieur au cercle (un angle dont le sommet est entre le cercle et son centre a pour mesure la demi-somme des arcs interceptés), on a $m\overset{\frown}{BH} = 20°$. Ensuite, en appliquant le théorème de l'angle au point extérieur au cercle (un angle dont le sommet est à l'extérieur du cercle a pour mesure la demi-somme des arcs interceptés), on trouve $m\angle BAH = 15° = m\angle FAH$. Ainsi, $m\overset{\frown}{FH} = 10°$. Puisque la somme des cinq arcs doit être 360º, on n'a que $m\overset{\frown}{FH}$ = 360 – (10 + 20 + 50 + 40) = 240º.

9. 8^{10}

Afin de comparer ces trois nombres, il est utile de les écrire sous une base commune ou avec des exposants communs. Ainsi, $9^9 = 3^{18} = 27^6$, $8^{10} = 2^{30} = 32^6$. On peut donc conclure que $8^{10} > 9^9$. De plus, $10^8 = 2^8 \times 5^8 = 2^8 \times 625^2$, mais $8^{10} = 2^{30} = 2^8 \times 2^{22} = 2^8 \times (2^{11})^2 = 2^8 \times 2048^2$, alors $8^{10} > 10^8$.

SOLUTIONS DES MOTS CROISÉS
Commençons par la lettre D



Mots croisés aux pages 16-17

Pour vous mettre l'eau à la bouche, voici le contenu du

Dossier sur les CONIQUES

disponible au secrétariat du GRMS

→ Ce que tout bon prof savait des coniques et qu'il a peut-être oublié...	Jean-Pierre Nadon
→ Les sections coniques	Robert Lacroix
→ Les coniques « excentriques »	Stéphane Flamand
→ Une calculatrice qui traite les coniques	Jean M. Turgeon
→ Cabri-construction des coniques	Gérald Saint-Amand
→ Se représenter l'équation générale de degré deux	Christian Boissinotte
→ L'enseignement des coniques... repensé...vécu... dans une approche dynamique!	Denyse Gagnon-Messier

Une belle production du GRMS

Équapuzzle,
c'est une activité pour
travailler les systèmes de relations linéaires.

Équapuzzle,
c'est un exercice de renforcement
à action socialisante.

C'est une façon de rejoindre
un des trois grands principes
directeurs dans l'enseignement
des mathématiques : l'utilisation de la technologie.

On peut se servir de la
calculatrice à affichage graphique
pour atteindre certains objectifs.

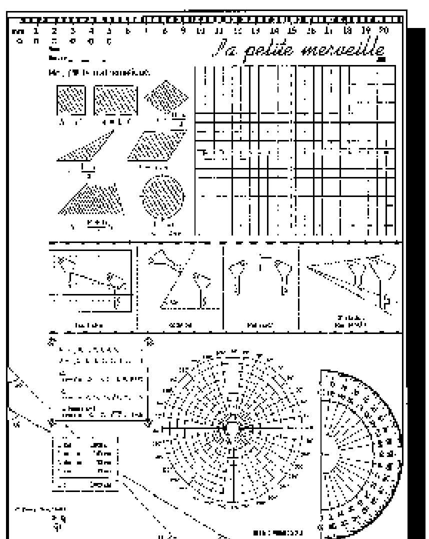
Plus de détails en page 34

À mettre à l'agenda :

Session d'études octobre 2011
20-21 octobre
à Drummondville

La petite merveille

Pochoir épais et transparent (8 1/2 x 11) perforé à trois trous pour être conservé par l'élève dans un Duo Tang ou dans un cahier à anneaux. Vous pouvez l'obtenir en utilisant le bon de commande à la page 35.



Reproduction réduite du pochoir original. (Les parties ombragées sont trouées.)

OPTI-MATH et OPTI-MATH-PLUS 2011
Une grande participation

La version 2011 des concours OPTI-MATH a permis d'enregistrer 303 inscriptions provenant de toutes les régions du Québec (17 régions administratives) et des écoles francophones de quelques provinces canadiennes (Alberta, Île-du-Prince-Édouard, Nouveau-Brunswick, Ontario et Terre-Neuve)

1695 finalistes
dont les copies ont été acheminées pour la correction nationale, de 1re à 5e secondaire, provenant de 183 écoles différentes; des élèves autant du secteur *public que privé*.

On évalue qu'en 2011, près de **10 000 élèves** ont relevé le défi de résoudre des situations-problèmes provenant du matériel OPTI-MATH et OPTI-MATH-PLUS.

Matériel abondant et varié, adapté à chaque niveau. **(voir bon de commande dans ce numéro)**

Des prix à gagner (plus de 20 000 $ remis en prix et bourses)

Le grand prix : scolarité d'une année à l'Université Laval (OPTI-MATH-PLUS 5e secondaire)

- 6 bourses d'étude de l'Université Laval (4e et 5e sec.) offertes à tous les finalistes
- 2 bourses de l'Université du Québec à Rimouski en 5e sec. (R-01 et R-11)
- 1 bourse de l'Université du Québec à Chicoutimi en 5e sec. (R-02)
- 1 bourse de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue en 5e sec. (R-08)
- 15 plaques pour les 3 premières positions de chaque niveau, signées par la ministre de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec et le président des concours. + Prix en argent.
- 35 médailles pour les positions 4 à 10 de chaque niveau, gravées au nom des gagnants. + Prix en argent.
- 50 prix de participation de 30 $ parmi tous les finalistes à raison de 10 par niveau.
- 5 prix de 50 $, un par niveau, pour la clarté de la communication des solutions.
- Prix et bourses répartis entre 150 gagnants et participants.
- Un certificat de participation à chacun des 150 premiers finalistes de chaque niveau, signé par le président des concours et du responsable de l'inscription de l'école.

D'autres prix remis par les commanditaires (dont 2 calculatrices N-spire par Texas Instrument et 10 calculatrices par Thales Tehnologies) et des prix remis au hasard par l'Université Laval, en plus de nombreux autres prix attribués localement.

Et surtout, le plaisir de s'adonner à une activité de créativité et de dépassement, du plaisir assuré pour ceux et celles qui adorent relever ce genre de défi.

Surveillez le cahier d'inscription qui sera envoyé dans les écoles en septembre prochain et qui annoncera les particularités pour OPTI-MATH 2012.
Une formule adaptée pour faciliter la participation des élèves de tous les niveaux (1re à 5e secondaire) et de tous les milieux.

Choisissez cette activité dans votre tâche 2011-2012

Concours OPTI-MATH du GRMS, 1000, rue Saint-Antoine, Terrebonne J6W 1P3
Téléphone : 450 471-7079 • Télécopieur : 450 471-4960 • opti-math@videotron.ca

BON DE COMMANDE

RECUEIL DES ÉPREUVES OPTI-MATH (reproductible)

	2002 à 2006	30 $ x __ = _____
	2007 à 2011	30 $ x __ = _____

RECUEIL DES ÉPREUVES OPTI-MATH - PLUS (reproductible)

	2002 à 2006	30 $ x __ = _____
	2007 à 2011	30 $ x __ = _____

RECUEIL INFORMATISÉ DES ÉPREUVES
OPTI-MATH ET OPTI-MATH-PLUS (en pdf sur CD)

	10 dernières années (2002 à 2011)	40 $ x __ = _____

CLUB DE MATH (reproductible)

Série A	Format OPTI (1re, 2e, 3e sec.)	30 $ x __ = _____
	Format MAXI (4e, 5e sec.)	30 $ x __ = _____
	Format COMBINÉ (1re à 5e sec.)	45 $ x __ = _____
Série B	Format OPTI (1re, 2e, 3e sec.)	30 $ x __ = _____
	Format MAXI (4e, 5e sec.)	30 $ x __ = _____
	Format COMBINÉ (1re à 5e sec.)	45 $ x __ = _____
Série C	Format OPTI (1re, 2e, 3e sec.)	30 $ x __ = _____

AFFICHES (reproductibles)	32 affiches (11 x 17)	25 $ x __ = _____

Sous-total = _____

Frais d'expédition et de manutention : + 7,00 $

Aucune taxe. Organisme à but non lucratif. Numéro d'immatriculation : 3348761738. **Total** = _______

Veuillez compléter lisiblement. (Version électronique disponible sur le site).

Vendu et expédié à : ______________________________

Institution : ______________________ Téléphone : ____ ____ - ________

Adresse : ______________________ Télécopieur : ____ ____ - ________

Ville : ______________ Courriel : ______________________

Province : ______________ Code Postal : ______________

Veuillez faire parvenir votre commande à :
CONCOURS OPTI-MATH
1000, rue Saint-Antoine, Terrebone (Québec) J6W 1P3
Téléphone : 450 471-7079 • Télécopieur : 450 471-4960
Courriel : opti-math@videotron.ca
Site Web : www.grms.qc.ca

- ❑ Paiement ci-joint
- ❑ Paiement suivra
- ❑ Veuillez facturer

LES PRIX DU GRMS

Prix Richard Pallascio

Description :

Prix pour les auteurs de la revue.

Modalités :

Un jury nommé par le conseil d'administration du GRMS déterminera l'article primé et fera connaître son choix lors de la session de perfectionnement du GRMS.

Critères d'admissibilité :

- être membre en règle du GRMS;
- ne pas être membre du conseil d'administration du GRMS;
- avoir publié un article original dans la revue Envol, entre juin de l'année qui précède le choix du jury et avril de l'année en cours.

Article original :

Il doit s'agir d'un article n'ayant pas été puisé à une autre source, ou simplement traduit. Il peut cependant s'agir d'un article basé sur un écrit d'une autre source à la condition que cette source soit citée et qu'un apport original et personnel de l'auteur soit jugé suffisant par le jury.

Critères d'évaluation :

- clarté et originalité de l'exposé;
- intérêt didactique;
- respect de la terminologie et du symbolisme en usage au secondaire.

Montant accordé : 300$

Note : Si l'article est présenté par une équipe, le montant du prix sera partagé entre les membres de l'équipe.

Prix Descartes

Description :

Prix remis à cinq diplômés (es) (une personne par université participante) dans le programme d'enseignement des mathématiques au secondaire.

Critères d'admissibilité :

Être bachelier dans le programme d'enseignement des mathématiques au secondaire dans une des cinq universités participantes.

Ce prix est conjointement offert par le Groupe des responsables en mathématique au secondaire (GRMS) et l'Association mathématique du Québec (AMQ). En accord avec cinq universités québécoises, ce prix sera remis à l'étudiante ou à l'étudiant diplômé le plus méritant dans chacune des universités participantes. La présentation de ce prix se fera dans chacune des universités lors de la collation des grades.

Voici l'énumération de ces universités :

- Université de Sherbrooke
- Université de Montréal
- Université Laval
- Université du Québec à Trois-Rivières
- Université du Québec à Montréal

Le prix : Une médaille d'honneur ainsi qu'une adhésion à l'association (GRMS) seront remises aux titulaires de ce prix.

Prix Claude Janvier

Description :

Prix d'excellence Claude Janvier est remis annuellement à un enseignant(e) s'étant démarqué(e) dans son milieu par son dynamisme, son leadership, son innovation, la qualité de son enseignement ou son rayonnement.

Critères d'admissibilité :

La candidate ou le candidat doit :

- être membre en règle du GRMS;
- ne pas être membre du conseil d'administration du GRMS;
- avoir oeuvré dans le domaine de l'enseignement de la mathématique au secondaire.

Critères d'évaluation :

Le dossier d'appui doit mettre en valeur chacun des points suivants :

- faire preuve d'une reconnaissance professionnelle par ses pairs;
- avoir contribué à développer un plus grand intérêt pour la mathématique;
- avoir fait progresser l'enseignement de la mathématique au secondaire.

Dossier de la mise en candidature :

Le dossier de la mise en candidature doit contenir les pièces suivantes :

- une lettre d'une supérieure ou d'un supérieur (ancien ou présent) de la candidate ou du candidat;
- lettre du proposeur;
- tout témoignage susceptible d'influencer les membres du jury pour le choix de la candidate ou du candidat présenté (élèves, collègues, etc.).

Composition du jury :

Le conseil d'administration du GRMS nomme les cinq membres du jury :

- la présidente ou le président du GRMS;
- trois enseignants, de préférence de régions différentes de celle de la candidate ou du candidat;
- ancien(ne) récipiendaire (si possible).

Montant accordé : 500$

Date de l'envoi du dossier :

Avant le 1er avril de chaque année.

PRODUCTIONS DU GRMS

ENSEMBLE DE 3 AFFICHES SUR LES COMPÉTENCES

par Brigitte Provencal

AFFICHES « CURIOSITÉS MATHÉMATIQUES »

Affiches contenant des paradoxes simples et des curiosités mathématiques qui pourront alimenter de nombreuses discussions et agrémenter votre salle de classe.

AFFICHES par Hélène Desjardins

Descartes, Euclide, Hypatia, Pascal, Pythagore, Archimède, Nombre d'or et Fractions et Les maths sont partout.

SÉRIE D'AFFICHES SUR L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES (LIGNE DU TEMPS EN 11 AFFICHES)

par Pierrette Boudreau, Johanne Gauthier et Louis Charbonneau

AU JEU! par Charles-Édouard Jean

Recueil de problèmes conçus et présentés de façon à capter l'intérêt de l'élève et à développer son habileté à résoudre des problèmes. L'emploi d'heuristiques et l'utilisation d'outils électroniques contribueront à mieux cerner ces problèmes.

LA PETITE MERVEILLE

Pochoir épais transparent et troué pour insertion dans un cartable. Substitut intéressant à la boîte de géométrie de l'élève.

ÉQUAPUZZLE par Lorraine Poirier

Activité éducative pour les élèves de 4e secondaire qui consiste à former un puzzle à l'aide de solutions de systèmes d'équations à deux variables. Cette activité est conçue pour le travail coopératif.

DOCUMENT SUR « LA CALCULATRICE À AFFICHAGE GRAPHIQUE »

C'est un document d'une grande qualité pédagogique montrant que cet outil électronique peut vraiment aider les enseignants et les élèves dans une démarche exploratoire dans le domaine du traitement des équations, des fonctions et des statistiques.

DOSSIER « SPÉCIAL SUR LES CONIQUES »

PORTE-TROMBONES

Avec le logo du GRMS

CRAYONS À MINE

Avec la mention « J'(♥) la mathématique »

PORTE-CLÉS

Avec le logo du GRMS

ACTES DE CABRI-WORLD

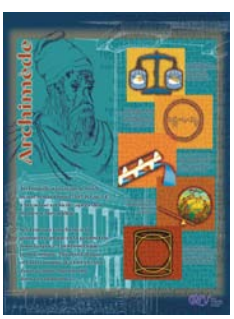
Conférences, activités, documents, souvenirs, voilà des exemples de ce que vous trouverez sur le CD (PC ou MAC).

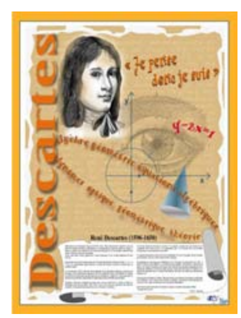
GOURDE

Bleue avec le logo GRMS

APPRENDRE LA MATHÉMATIQUE PAR PROJET

par Richard Pallascio





PRODUCTIONS DU GRMS

Avez-vous les affiches du GRMS dans votre classe?

Descartes — Hypatia
Archimède — Pascal
Euclide — Pythagore
Le nombre d'or — Les fractions

Avez-vous un porte-clés au logo du GRMS?

Pour plus d'information, veuillez consulter le bon de commande à la page 35 de cette revue.

PRODUCTIONS DU GRMS - bon de commande

		Prix ($)	Quantité	Total ($)
ENSEMBLE DE 3 AFFICHES SUR LES COMPÉTENCES, par Brigitte Provencal	10 $			
AFFICHES « CURIOSITÉS MATHÉMATIQUES »	10 $			
AFFICHES, par Hélène Desjardins Descartes, Euclide, Hypatia, Pascal, Pythagore, Archimède, Nombre d'or et Fractions	25$ pour l'ensemble de 8 affiches			
AFFICHE : *« Les maths sont partout »*, par Hélène Desjardins	8 $			
SÉRIE D'AFFICHES sur l'histoire des mathématiques (ligne du temps en 11 affiches), par Pierrette Boudreau, Johanne Gauthier et Louis Charbonneau	7 $			
AU JEU!, par Charles-Édouard Jean	17 $			
LA PETITE MERVEILLE	(3, 00$ l'unité ou 2,50 $ pour 100 exemplaires et plus)			
ÉQUAPUZZLE, par Lorraine Poirier	30 $			
DOCUMENT SUR « LA CALCULATRICE À AFFICHAGE GRAPHIQUE »	12 $			
DOSSIER « SPÉCIAL SUR LES CONIQUES »	10 $			
PORTE-TROMBONES, avec le logo du GRMS	10 $			
CRAYONS À MINE, avec la mention «*J'♥ la mathématique* »	2/1,25 $ ou 12/6,00 $			
PORTE-CLÉS, avec le logo du GRMS	5 $			
ACTES DE CABRI-WORLD *(jusqu'à épuisement des stocks)*	20 $			
GOURDE bleue avec le logo GRMS	10 $			
APPRENDRE LA MATHÉMATIQUE PAR PROJET, par Richard Pallascio	10 $			

Les documents papier ne sont pas remboursables.

sous-total 1 :		
-10% pour les membres :		
transport et manutention pour le Québec : **(si hors Québec, des frais supplémentaires seront exigés)**		7,00 $
Total :		
(TPS : R 129 231 999) TPS 5% :		
Sous-total 2 :		
(R 1013576820 TQ 0001 TVQ 8,5% :		

TOTAL À PAYER AU GRMS $

Joignez une copie du bon de commande à votre chèque
ou à votre mandat fait à l'ordre de : **GRMS inc.**
7400, boul. Les Galeries d'Anjou, bureau 410
Anjou (Québec) H1M 3M2

Nom : ______________________
Adresse : ______________________
Ville :______________________
Code postal : ______________________
Institution : ______________________
Tél. au travail : ____ ____ - ____________

No membre : ______________
Expiration : ______________

GRMS

INC.

Groupe des responsables en mathématique au secondaire

ADHÉSION OU RENOUVELLEMENT

Pour vous inscrire ou pour renouveler votre adhésion, veuillez retourner ce formulaire **avec votre paiement** à l'adresse suivante :

GRMS inc.
7400, boul. Les Galeries d'Anjou, bureau 410
Anjou (Québec) H1M 3M2

Téléphone : 514 355-8001
Télécopieur : 514 355-4159
Courriel : grms@spg.qc.ca
Site Web : www.grms.qc.ca

IDENTIFICATION

Prénom : ______________________________

Nom : ______________________________

Adresse : ______________________________

____

Code postal : __________

École ou autre institution : ______________________________

Commission scolaire ou autre organisme : ______________________________

Fonction : ____________________

Rés. : téléphone : ____ ____ - ______

télécopieur : ____ ____ - ______

Bur. : téléphone : ____ ____ - ______

télécopieur : ____ ____ - ______

Niveau : primaire ❑ secondaire ❑

éducation des adultes ❑

autre ____________________

Courriel : ______________________________

❑ je refuse que mon courriel soit inclus dans le bottin électronique du site du GRMS

COÛT POUR UNE ADHÉSION ANNUELLE

POUR LES PERSONNES OU LES INSTITUTIONS

L'adhésion personnelle donne droit à la revue ***ENVOL***, à un accès au babillard électronique et à des tarifs préférentiels lors de nos sessions.

L'adhésion corporative donne droit à deux (2) ***revues Envo***l, ainsi qu'à trois (3) accès au babillard électronique.
Ces tarifs peuvent changer en cours d'année.

Date : ______________

Montant joint : ________

Signature : ________________

GRMS	(G) : 57,50 $ ❑
GRMS CORPORATIF	(GC) : 250 $ ❑
GRMS - retraité-e	(GR) : 30 $ ❑
GRMS - étudiant-e à temps plein *	(GE) : 30 $ ❑

**photocopie de la carte d'étudiant-e exigée*

(TPS : R 129 231 999)
(TVQ : 10135 76820 TQ 0001)

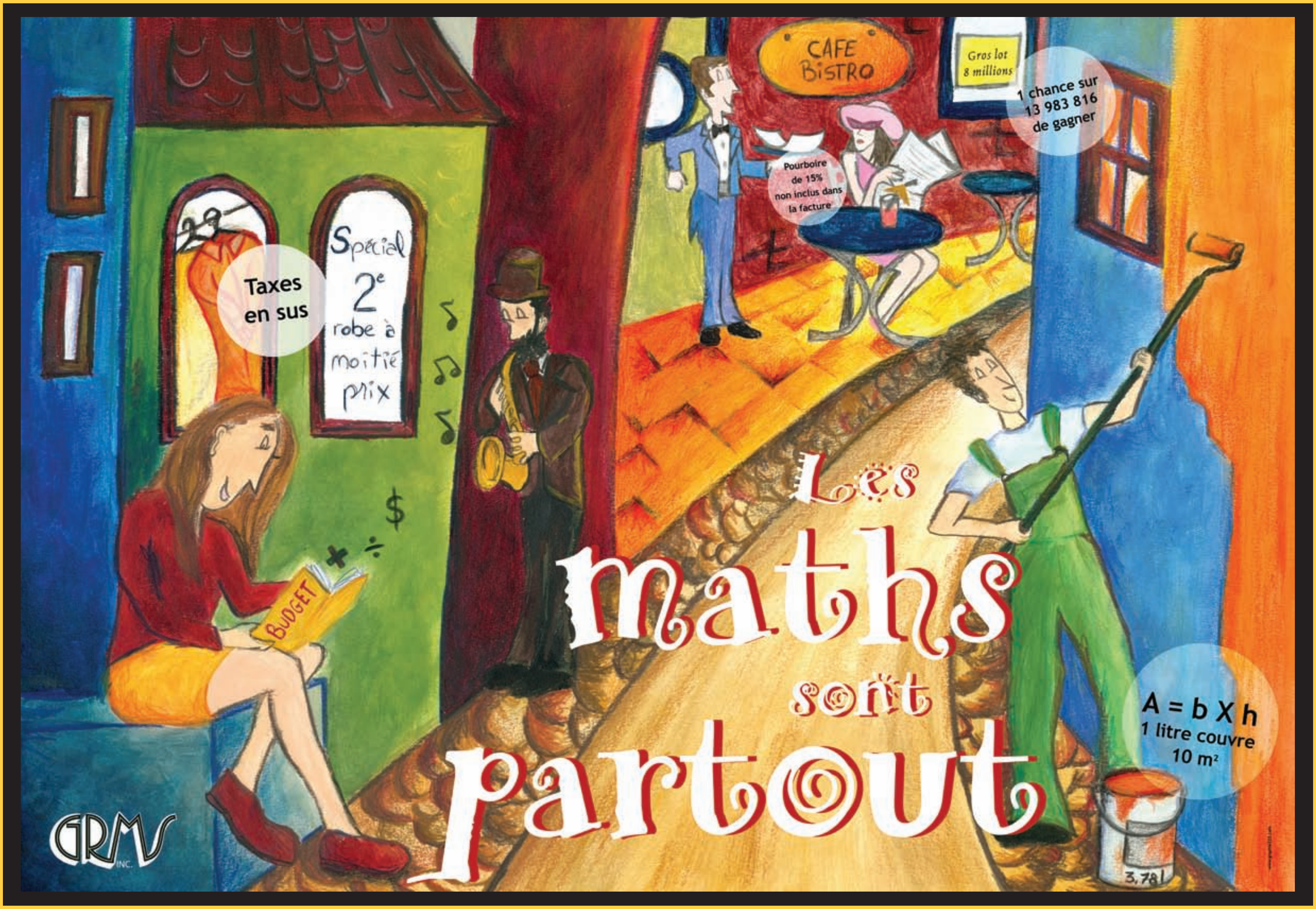
Taxes incluses

TOTAL À PAYER __________

Partie réservée au secrétariat du GRMS Paiement : C.s. ❑ École ❑ Personnel ❑ Autre ____________

Date du chèque : ____________ Numéro du chèque : ____________ Montant : ____________

Affiche
disponible pour votre classe

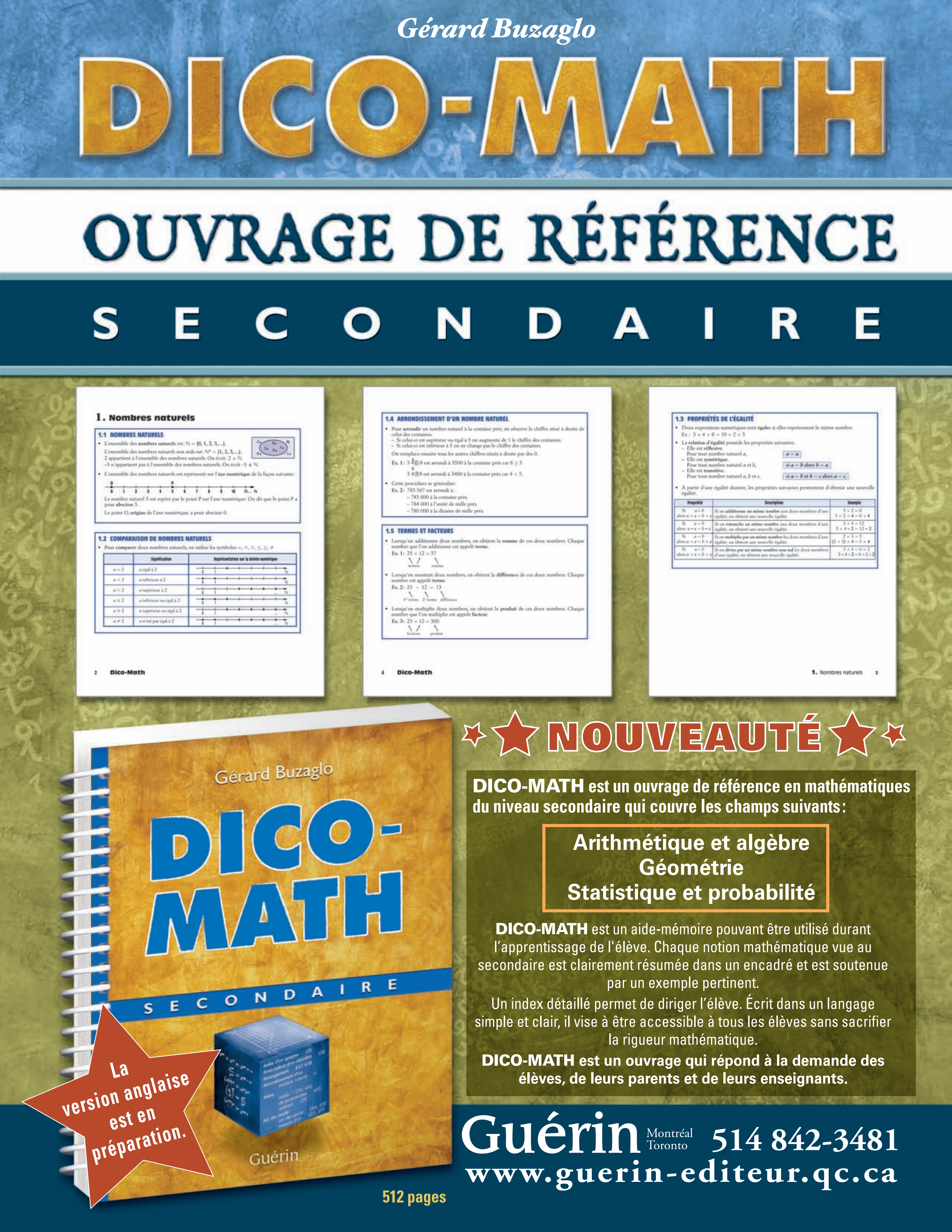


Une affiche jeune et colorée qui illustre l'importance des mathématiques dans notre quotidien

(48 cm X 61 cm)

Vous pouvez la commander en utilisant le bon de commande que vous trouverez dans cette revue.

Production du GRMS


Gérard Buzaglo
DICO-MATH
OUVRAGE DE RÉFÉRENCE
SECONDAIRE
1. Nombres naturels
1.1 NOMBRES NATURELS
1.2 COMPARAISON DE NOMBRES NATURELS
2 Dico-Math
1.4 ARRONDISSEMENT D'UN NOMBRE NATUREL
1.5 TERMES ET FACTEURS
4 Dico-Math
1.3 PROPRIÉTÉS DE L'ÉGALITÉ
1. Nombres naturels 3
NOUVEAUTÉ
DICO-MATH est un ouvrage de référence en mathématiques du niveau secondaire qui couvre les champs suivants :
Arithmétique et algèbre
Géométrie
Statistique et probabilité
DICO-MATH est un aide-mémoire pouvant être utilisé durant l'apprentissage de l'élève. Chaque notion mathématique vue au secondaire est clairement résumée dans un encadré et est soutenue par un exemple pertinent.
Un index détaillé permet de diriger l'élève. Écrit dans un langage simple et clair, il vise à être accessible à tous les élèves sans sacrifier la rigueur mathématique.
DICO-MATH est un ouvrage qui répond à la demande des élèves, de leurs parents et de leurs enseignants.
Gérard Buzaglo
DICO-MATH
SECONDAIRE
Guérin
La version anglaise est en préparation.
512 pages
Guérin Montréal Toronto
514 842-3481
www.guerin-editeur.qc.ca