

## L'apport de la recherche en didactique des mathématiques dans la mise en place de la réforme scolaire

LUCIE DEBLOIS  
Directrice adjointe du CRIRES

CHARLOTTE AUFORT ET MARLÈNE PAQUIN  
Orthopédagogues

Dans le cadre de cet article, nous présentons l'état des recherches en didactique des mathématiques, puis certaines distinctions entre l'apprentissage par objectifs et l'apprentissage par compétences. Ensuite, l'expérimentation d'un modèle qui permet d'interpréter les productions mathématiques des élèves éprouvant des difficultés est discutée. Nous terminons en clarifiant brièvement l'apport de la recherche en didactique sur l'activité des enseignantes et des enseignants.

### Que nous disent les recherches ?

La didactique nous convie à nous attarder aux phénomènes de la classe *en fonction* de l'enseignement et de l'apprentissage d'une discipline particulière et *en fonction* des interprétations développées par les acteurs de la classe. L'étude de la relation enseignement/apprentissage nécessite donc d'identifier les interprétations de chacun des partenaires et les phénomènes qui apparaissent au fur et à mesure de l'évolution de cette relation. Ces interprétations sont réalisées à partir des expériences et des connaissances de chacun d'eux.

Au Québec, plusieurs recherches menées en didactique des mathématiques se sont intéressées aux élèves pour étudier leur façon de comprendre. Ces recherches ont permis de réaliser une recension importante de leurs différentes façons de résoudre un problème. Par exemple, pour résoudre un problème de proportions, les élèves du secondaire peuvent utiliser l'addition, la multiplication ou le retour à l'unité (la règle de trois). Au primaire, les élèves résolvent des additions, par exemple, en commençant par les dizaines plutôt que par les unités. Ces différentes procédures n'ont pas été enseignées. La recherche en didactique a aussi permis de développer des cadres de référence de manière à permettre aux

enseignantes et aux enseignants d'identifier la difficulté relative des problèmes qu'ils proposent à leurs élèves. Par exemple, un ensemble de problèmes pour introduire l'algèbre au secondaire ont été classifiés. D'autres recherches ont permis de poser des hypothèses sur le processus permettant à des élèves de s'approprier les concepts d'aire au primaire ou de corrélation au secondaire. Enfin, certaines situations d'apprentissage ont été expérimentées de manière à susciter une compréhension approfondie des formules du volume ou de la moyenne, par exemple.

Dans ce contexte, nous nous sommes proposé de réfléchir avec vous sur l'apport de la didactique des mathématiques dans la mise en place de la réforme scolaire actuelle. Au moment de mettre en place une réforme des programmes scolaires, il devient essentiel de réfléchir sur la « boîte à outils » qui nous permet d'intervenir en classe de mathématiques. Les transformations amenées par cette réforme touchent non seulement l'élève et son activité, mais aussi le travail de l'enseignante et de l'enseignant.

### Quelques distinctions entre une formulation des programmes par objectifs et une autre par compétences

La formulation des programmes par objectifs conduit les enseignantes et les enseignants à planifier à partir de ces objectifs. Ainsi, le contenu disciplinaire est présenté en étapes, considérant ainsi la première étape comme étant un préalable aux autres. L'évaluation consiste alors à reconnaître l'acquisition d'une plus ou moins grande familiarité des élèves avec certains comportements attendus compte tenu des objectifs visés.

Selon Rey (1998), l'approche par compétences nécessite de donner un sens aux conduites sollicitées. Ainsi, de



façon globale, utiliser la notion de compétence pour l'enseignement implique de

prendre en compte le *but poursuivi* par l'élève (son intention) et le *contexte* dans lequel se situe le projet ou le problème posé. L'approche par compétences conduit ainsi à proposer des *tâches* qui inviteront les élèves à élaborer des procédures inédites pour résoudre les problèmes. Dans une approche par compétences, c'est la *nécessité ressentie* par les élèves au moment de résoudre le problème posé qui devient un préalable à l'apprentissage. Par conséquent, une préoccupation particulière à l'égard de la nécessité ressentie par les élèves et de l'activité des élèves aura pour effet de modifier l'activité et le regard des enseignantes et des enseignants. L'évaluation consistera ainsi à qualifier les procédures des élèves.

Certaines questions se posent. Comment distinguer méthode de travail et procédures mathématiques ? Que fait-on des erreurs qui surgissent ? Est-il possible de grouper certaines erreurs en catégories ? Comment identifier ces catégories ? Les erreurs font-elles référence à certaines estimations qualitatives (il en a plus ou moins, c'est plus long ou plus court...), à une façon d'organiser des objets (grouper, découper, comparer...) ou encore à une symbolisation plus ou moins conforme à nos conventions d'écriture en mathématiques ? Comment distinguer l'erreur relative à la construction du concept de celle liée à la méthode de travail ?

### Influence d'une attention portée aux procédures des élèves sur l'activité des enseignantes et des enseignants

Une préoccupation à l'égard des *procédures* des élèves conduira à une gestion de classe dans laquelle l'apprentissage coopératif pourrait prendre une place importante. Cette modalité de fonctionnement permet de structurer les interactions de la classe, de soutenir l'intérêt des élèves qui se découragent devant une difficulté et de faciliter les déplacements de l'enseignante et de l'enseignant pour répondre aux besoins des élèves. Nous nous attarderons toutefois plus particulièrement à la difficulté à interpréter les procédures des élèves.

En portant une attention aux procédures des élèves plutôt qu'aux réponses des élèves (résultats s'exprimant à travers

un objectif acquis ou non acquis), il faudra identifier des *critères* permettant de traiter de la compétence des élèves. La manifestation d'une compétence dans un contexte ne signifie pas que l'élève sera en mesure de résoudre un autre problème impliquant la même compétence dans un autre contexte. En effet, pour que les élèves soient en mesure de transférer des connaissances, il devient nécessaire non seulement de planifier un ensemble de contextes dans lesquels apparaît une compétence, mais aussi de décontextualiser les apprentissages. Ce « *jeu* » (contextualisation/décontextualisation) permet aux élèves d'identifier les caractéristiques pertinentes aux notions impliquées dans le problème ou le projet. Cette identification nécessite que l'élève retienne certaines caractéristiques plutôt que d'autres. Par exemple, pour calculer le volume d'un solide, l'élève identifie la caractéristique « contenant » plutôt que la caractéristique « surface latérale » ou encore, pour identifier le nombre d'objets, l'élève identifie la caractéristique « quantité » plutôt que la caractéristique « grandeur des objets ». Ce processus de décontextualisation est une forme d'abstraction. C'est par cette abstraction qu'une adaptation des notions pourra se réaliser. Dans ce cadre, il devient important de développer des outils permettant d'*interpréter la logique* des élèves, plus particulièrement au moment où des erreurs et des difficultés surgissent.

Nous savons qu'une analyse préliminaire de l'erreur de l'élève peut conduire à lui demander de refaire sa démarche afin de susciter chez lui une prise de conscience de son erreur et la correction de cette dernière. Toutefois, lorsque l'erreur produite devient le principal moteur de l'intervention, de nouvelles difficultés surgissent (DeBlois et Squalli, 2001). Comment intervenir ? Nous avons expérimenté un modèle qui pourrait favoriser une interprétation des activités cognitives des élèves éprouvant des difficultés d'apprentissage (DeBlois, 2003).

### Une piste permettant d'interpréter les productions des élèves en difficulté en mathématiques

Le modèle expérimenté cherche à cerner les représentations que l'élève se donne d'une tâche et à susciter une prise de conscience de ses apprentissages. Il est important de mentionner que l'attention de l'enseignante et de l'enseignant porte sur *l'activité cognitive de l'élève* plutôt que sur la tâche ou l'objectif visé. De plus, il faut prendre en considération les attentes que l'élève perçoit à l'égard de son rôle dans la réalisation de la tâche. En cherchant à répondre à la question : « Qu'est-ce qu'on attend de moi ? », l'élève délaisse parfois l'apprentissage des notions mathématiques impliquées dans la situation. Dans ce cas, il cherche essentiellement à solliciter sa mémoire pour repérer dans les événements déjà vécus en classe, ceux qui permettent de répondre à l'enseignante et à l'enseignant. Ainsi, la mémorisation n'est plus une économie de pensée mise au service de la compréhension d'une notion, mais plutôt une façon d'apprendre ou un mode de pensée. Deux témoignages permettent de saisir l'apport et les difficultés liés à une interprétation des activités cognitives des élèves.



## Alexis

Alexis, 9 ans, est dans une classe de 3-4<sup>e</sup> année. Ayant une grave difficulté de langage, Alexis a dû mettre les bouchées doubles pendant les deux premières années du primaire en français. Il suit le programme de fin de 2<sup>e</sup> cycle, sauf en mathématiques. L'analyse de ses travaux permet de reconnaître que les problèmes de comparaison posent des difficultés. Alexis est familier avec les mots utilisés. Cependant, il ne semble pas avoir perçu que l'expression « de plus » implique (implicitement), que si un des ensembles est plus grand, le deuxième ensemble est moins grand d'autant d'objets (de moins). Il devient donc nécessaire de connaître les représentations qui amènent Alexis à résoudre ces problèmes de façon erronée.

La première entrevue avec Alexis cherche à lui faire prendre conscience qu'il est possible de se servir d'un ensemble de références (A) pour trouver le contenu de l'ensemble B. La manipulation du matériel ne semble pas l'aider à construire sa réflexion. Pour choisir une opération, il utilise la grandeur des nombres plutôt que la relation de comparaison entre ces derniers. Tout au long de l'entrevue, Alexis est attentif à mes paroles et mes mimiques. Il n'hésite pas à tout changer dans son calcul lorsque je lui demande pourquoi il a effectué tel ou tel calcul. Il a peut-être perçu de la désapprobation dans le ton de ma voix ou dans mon visage. Le besoin de faire plaisir a pu influencer le déroulement de l'entrevue. Alexis réussit des problèmes qu'il était incapable de faire la semaine précédente, mais il ne manifeste pas sa compréhension. Qu'est-ce qui l'amène à privilégier la mémorisation ?

Il a trouvé une solution à un problème mathématique donné en classe. *Le sentiment de réussite* semble lui procurer une certaine satisfaction. Il n'a pas laissé d'espace vide. *Le goût de performer*, c'est-à-dire de réaliser les mêmes travaux que ses pairs en classe, l'a conduit à développer des moyens pour réaliser la tâche sans susciter une prise de conscience de l'apprentissage réalisé. Il fait quelque chose avec les nombres du problème, mais il ne comprend pas nécessairement ce qui s'y passe. Son rôle d'élève semble lié à l'activité physique (l'action) plutôt qu'à l'activité cognitive (la réflexion sur l'action). *La satisfaction de l'enseignant* est un autre facteur influençant Alexis. Pour la deuxième entrevue, je prévois les questions menant soit aux procédures, soit aux représentations mentales d'Alexis.

Plusieurs recherches ont permis de réaliser une recension importante des différentes façons de résoudre un problème



Il devient important de développer des outils permettant d'interpréter la logique des élèves, plus particulièrement au moment où des erreurs et des difficultés surgissent

La seconde entrevue se déroule de façon différente. Je privilégie des questions comme : si toi tu as plus de jetons, qu'est-ce que cela signifie pour ton ami ? Comment fais-tu pour savoir ? La prévision de plusieurs réponses possibles permet de me placer dans la peau de l'élève. Ma planification prend donc en compte les réponses possibles de l'élève et une réflexion profonde sur les notions en jeu. Ce travail conduit à distinguer mon savoir de celui que je veux faire découvrir à l'élève. De plus, l'identification des facteurs contribuant à la mémorisation chez Alexis facilite le choix des questions. Je suis attentive à clarifier mes attentes. Les situations sont choisies à partir des activités de la classe. À la fin de cette deuxième entrevue, je constate qu'un véritable dialogue pédagogique s'est établi entre moi et l'élève. Il est devenu plus facile « d'improviser » une entrevue mathématique. Le questionnement a été plus précis. J'ai pu être attentive aux réponses fournies par l'élève afin de cerner sa logique.





## Raphaël

*Raphaël est un garçon de sixième année. Il a été identifié comme un élève ayant des difficultés sérieuses en lecture, en écriture et en mathématiques. Il ne semble pas motivé.*

*Après une analyse de certains de ses travaux, je perçois une faiblesse dans la numération de position et dans l'algorithme de division. Je décide donc d'intervenir au niveau des différents sens de la division en prévoyant un matériel pertinent.*

Au moment de planifier la première entrevue, je considère la compréhension des concepts de « distribution par groupes » et de « partage de la division » comme préalable à l'algorithme. Une mauvaise interprétation des programmes et de la notion de division me conduit à confondre les connaissances qui me sont nécessaires avec celles que les élèves élaborent. Faire le point sur mes propres connaissances en fonction du contenu visé devient important. En effet, en situation difficile, j'ai tendance à donner des indices pour entendre ce que je veux entendre pour, me semble-t-il, sauver l'honneur et essayer de raccrocher l'élève au contenu... Durant cette première entrevue, je constate que mon élève cherche à répondre à mes attentes, en suivant à la lettre tous les signes que je lui offre plus ou moins consciemment. La plupart du temps, il reste au niveau de la mémorisation. Je ne réussis pas à mettre en place une intervention qui suscite une nouvelle compréhension. Le fait de me trouver confrontée à une difficulté dès le début de mon intervention me déstabilise. Je n'arrive pas à revenir aux procédures et aux représentations de l'élève, je n'ai pas l'impression de susciter des prises de conscience chez mon élève. Je m'accroche à mes propres représentations sans vouloir me lancer dans l'inconnu, comme les élèves.

Pour planifier la deuxième intervention, j'analyse de nouveau l'ensemble du contenu mathématique, mais en fonction de ce que je sais et de ce que l'élève doit apprendre. Je me donne une méthode de travail : j'identifie les erreurs de l'élève, je cherche ses représentations, j'identifie sa logique. La recherche de ses représentations me permet de faire le point sur les connaissances de l'élève avant de formuler une question ou une suggestion. De plus, aussitôt que je m'aperçois qu'il utilise la mémorisation, je suscite de nouvelles procédures afin d'ouvrir la porte pour aller vers ses représentations. Cette façon de travailler me rend beaucoup plus sensible aux phénomènes en étant à l'écoute des relations entre moi, l'élève et le savoir. J'accepte plus facilement les moments où il répond à mes attentes, car je vois plus rapidement comment m'en servir pour retourner la situation. Par la même occasion, je me sens plus sûre de mes actions. À la fin de la deuxième entrevue, je reconnais l'importance non seulement de maîtriser tous les concepts mathématiques en jeu, mais de les situer dans un ensemble de notions mathématiques. Je veille maintenant à toujours garder un temps (souvent vers la fin de l'intervention) où l'on ramasse les éléments vus et où j'aide l'élève à les mettre en perspective.

## Comment la didactique peut-elle contribuer à ma compréhension de la relation enseignement/apprentissage ?

Des concepts didactiques ont été nécessaires pour identifier les interprétations et les phénomènes dans l'interaction entre l'élève et la situation. Par exemple, l'identification des types de problème dans lesquels apparaissent les erreurs des élèves, l'analyse des notions mathématiques en jeu, les effets de contrat didactique qui apparaissent à travers les attentes des acteurs, les représentations des élèves, l'évolution de leurs procédures ont permis d'organiser une réflexion et de relancer l'intervention. Les témoignages présentent les réflexions de deux intervenantes au moment où elles travaillent individuellement avec un élève. Les concepts didactiques qui ont été utiles pour relancer leurs interventions individuelles sont les mêmes que ceux qui favoriseront des interventions en classe. Contrairement à la conception de la didactique comme étant une méthodologie de l'enseignement (1970), les recherches actuelles en didactique des mathématiques offrent un cadre de référence pour cerner comment il est possible d'influencer le processus d'apprentissage des élèves.

### Références

DEBLOIS, L. et Squalli, H. (2001). Une modélisation des savoirs d'expérience chez des orthopédagogues intervenant en mathématiques. *Enseignement et difficultés d'apprentissage*. 1<sup>re</sup> édition. Les éditions du CRP, Sherbrooke, p. 153-176.

DEBLOIS, L. (2003) « Interpréter explicitement les productions des élèves : une piste... » *Éducation et Francophonie* 31 (2), 21 pages. [www.acef.ca/revue](http://www.acef.ca/revue)

REY, B. (1998). *Les compétences transversales en question*, ESF éditeur, Paris.

Bibliographie sur demande au [crires@fse.ulaval.ca](mailto:crires@fse.ulaval.ca)

Bulletin du CRIRES  
N° 16, janvier 2004  
Faculté des sciences de l'éducation  
Université Laval  
Québec (Québec)  
G1K 7P4  
Téléphone : (418) 656-3856  
Télécopie : (418) 656-7770  
[crires@fse.ulaval.ca](mailto:crires@fse.ulaval.ca)  
[www.ulaval.ca/crires](http://www.ulaval.ca/crires)

Directeur du CRIRES  
Richard Bertrand  
Coordination du Bulletin  
Denyse Lamothe  
Luc Allaire  
Centre de recherche et d'intervention  
sur la réussite scolaire  
Centre interuniversitaire

